ORSAY
SÉRIE A,
N· D'ORDRE : 81

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS
(CENTRE D'ORSAY)

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENSES

PAR

HAISSINSKI Jacques

PREMIÈRE THÈSE

« Expériences sur l'anneau de collisions AdA »

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 5 février 1965 devant la Commission d'examen

MM. L. NEEL — Président

C. BERNARDINI
A. BERTHELOT
A. BLANC LAPIERRE
B. TOUSCHEK
} Examinateurs

ORSAY
SÉRIE A, N·
N· D'ORDRE : 81

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS
(CENTRE D'ORSAY)

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES

PAR

HAISSINSKI Jacques

PREMIÈRE THÈSE

« Expériences sur l'anneau de collisions AdA »

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 5 février 1965 devant la Commission d'examen

MM. L. NEEL — Président

C. BERNARDINI
A. BERTHELOT
A. BLANC LAPIERRE
B. TOUSCHEK
} Examinateurs

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

PROFESSEURS

Doyen..... M. ZAMANSKY

MM.	G. JULIA	T Analyse supérieure & algèbre supérieure
	PRENANT	T Anatomie et Histologie comparée
	GRASSE	T Evolution des êtres organisés
	PREVOST	T Chimie organique
	WYART	T Minéralo & Cristal.
	TEISSIER	T Zoologie
	MANGENOT	T Biol. Végét. (Orsay)
	AUGER	T Physique quantique et relativité
	MONNIER	T Physiologie générale
	PIVETEAU	T Paléontologie
	ROCARD	T Physique (ENS)
	CARTAN	T Mathématiques (ENS)
	LAFFITTE	T Chimie générale
	FAVARD	T Géométrie supérieure
	COULOMB	T Physique du globe
Mlle	COUSIN	T Biol. animale (SPCN)
	CHRETIEN	T Chimie minérale
	DRACH	T Zoologie
	KASTLER	T Physique ENS
	EPHRUSSI	T Génétique
	RIVIERE	T Géol. SPCN & Sédimentologie (Orsay)
	GAUTHERET	T Biologie Vég. (PCB)
	R. LUCAS	T Recherches Physiques
	A. THOMAS	T Biologie cellulaire
	ARNULF	T Optique appliquée
	MORAND	T Physique Enseignement
	SOLEILLET	T Physique (PCB)
	FORTIER	T Mécanique Exp. des Fluides
	PETIT	T Biologie maritime
	QUENEY	T Météor. & dynamique atmosphérique
	GALLIEN	T Embryologie
	EICHHORN	T Botanique
	DE CUGNAC	T Biologie Vég. (SPCN)
Mlle	CAUCHOIS	T Chimie Physique
	THELLIER	T Physique du globe
	L'HERITIER	T Biol. générale (Orsay)
	GRIVET	T Radioélectricité (Orsay)
	PONCIN	T Mécanique générale
	DUBREIL	T Arithm. & Théorie des Nombres
	QUELET	T Chimie organique
	CAGNIARD	T Géophysique appliquée
	CHAMPETIER	T Chimie macromolécul.
	CUVILLIER	T Micropaléontologie
	JUNG	T Géologie
	TRILLAT	T Miscroscopie et diffraction électro.
	WIEMANN	T Chimie organ. & struc.
	JACQUINOT	T Spectroscopie & Phys. céleste (Orsay)
	VASSY	T Physique de l'Atmosph.
	DESTOUCHES	T Théories Physiques
	AMIEL	T Chimie générale
	HOCART	T Minéralo & Cristallo.
	J.P. MATHIEU	T Physique Optique
	COUTEAUX	T Cytologie
	MAY	T Zoologie (Orsay)
	CHOQUET	T Théorie des fonctions et Topologie
	FELDMANN	T Biologie végét. marine
	GUINIER	T Physique des Solides (Orsay)
	JOST	T Physiologie comparée
	FORTET	T Calcul des Probabilité et Phys. mathémat.
	SCHWARTZ	T Calcul diff. & intégral
	CHOUARD	T Physiologie végétale
	MALAVARD	T Aviation (Tech. Aéron.)
	BRELOT	T Calcul diff. & Intégr.
	NORMANT	T Synthèse organique
	BENARD	T Chimie minérale
	BUVAT	T Botanique (ENS)
	DUGUE	T Statistiques Mathém.
	SOULAIRAC	T Psychophysiologie
	ULRICH	T Physiol. Vég. Appliq.
	MARECHAL	T Optique théor. & Appli.
	KIRRMANN	T Théories chimiques
	CHADEFAUD	T Botanique
Mlle	LE BRETON	T Physiol. de la Nutrit.
	LELONG	T Application de l'analyse à la géométrie
	DEVILLERS	T Anatomie & Hist. Compar.
	EHRESMANN	T Topologie Algébrique
	FRANCON	T Physique (SPCN)
	GLANGEAUD	T Géographie Phys. & Géol.
	GODEMENT	T Mathématiques (MGP)
	PISOT	T Tech. Math. de la Phys.
	ROCH	T Géologie
	SCHATZMANN	T Astrophysique
	TERMIER	T Géologie générale
	ZAMANSKY	T Mathématiques générales
	LENNUIER	T Physique (MGP)
	RIZET	T Génétique (Orsay)
	ROUTHIER	T Géologie appliquée
Mme	TONNELAT	T Physique théorique
	DIXMIER	T Mathématiques (MPC)
	SOUCHAY	T Chimie générale
	AIGRAIN	T Electrotechnique générale
	BRUSSET	T Chimie systématique
	M. IEVY	T Physique théorique des hautes énergies (Orsay)
Mme	CHAIX	T Chimie biologique
Mme	HUREL-PY	T Biologie végét. (PCB)
	PIAUX	T Chimie (MPC)
	BRUN	T Mécanique théorique des fluides
	LEDERER	T Chimie biolog. (Orsay)
Mme	DUBREIL	T Mathématiques (Agrég.)
Mme	LELONG	T Mathématiques II (ENS)
	BELLAIR	T Géologie (SPCN)
	COTTE	T Physique électricité
	J.E. DUBOIS	T Chimie organique
	LAMOTTE	T Zoologie (ENS)
	A. MICHEL	T Chimie minérale (Orsay)
	OLMER	T Energétique générale
	ROUAULT	T Electricité (Orsay)
	GAUTHIER	T Mécanique appliquée
	BARCHEWITZ	T Chimie Physique
	BROSSEL	T Physique atomique
	BUSER	T Physiologie comparée
	CAMUS	T Physiologie Vég. (Orsay)
	CASTAING	T Physique II Thermo (Orsay)
	CURIEN	T Minéralo & cristallo.
	MOYSE	T Physiol. Végét. (Orsay)
	NOIROT	T Evolution des Etres Org.
	PANNETIER	T Chimie générale
	POSSOMPES	T Zoologie
	PULLMANN	T Chimie quantique
	TEILLAC	T Physique Nucl. & Radioactivité (Orsay)
	TONNELAT	T Biol. Physico-chim (Orsay)
	VILLE	T Econométrie
	WILLEMART	T Chimie PCB
	DODE	T Chimie (Orsay)
	FREYMANN	T Recherches Physiques
MM	GUINOCHET	T Biol. Vég. SPCN (Orsay)
	ROLLET	T Chimie minérale
Mlle	JOSIEN	T Chimie SPCN
	CHEVALLEY	T Géométrie algéb. et théorie des groupes
	ARNOULT	T Electronique (Orsay)
	CHAPELLE	T Physique I (Orsay)
	DELANGE	T Mathématiques I (Orsay)
	DENY	T Mathématique Géné (Orsay)
	GERMAIN	T Mécanique théor. des fluides
	G. LUCAS	T Géologie
	ALLARD	T Chimie Physique
	BERTHELOT	T Phys. des particules Fondamentales (Orsay)
	BRICARD	T Météor. et Physique de l'Atmosphère
Mme	ALBE-FESSARD	T Psycho-physiol.
	FRIEDEL	T Physique des solides (Orsay)
	M. JULIA	T Etudes des Molécules complexes
	LENDER	T Biol. Animale SPCN- (Orsay)
	MAGAT	T Physico-Chimie des radioéléments
Mlle	QUINTIN	T Electrochimie
	MONOD	T Chimie du métabolisme
	BENOIT	T Physiol. animale (Orsay)
	DE POSSEL	T Analyse numérique
	CHARLOT	T Chimie analytique
	LEMEE	T Ecologie Vég. (Orsay)
	GUERIN	T Chimie MPC (Orsay)
	M. CHATELET	T Chimie PCB
	JEAN	T Physique Nucl. (Orsay)
	MATTLER	T physique SPCN
	BERGERARD	T Zoologie (Orsay)
	BERTEIN	T Electronique (Orsay)
	BOUISSIERES	T Radiochimie
Mme	COUTURE	T Thermo & Méca. Physique
	ELLENBERGER	T Géologie des grandes régions du globe
	FRANC	T Biologie animale PCB
	SCHNELL	Botanique tropicale
	STOLKOWSKI	T Physiologie végétale
	ACHER	T Chimie Biologique
	BAUDOIN	Biologie animale PCB
	BEAUMONT	Biologie animale SPCN
	BLAMONT	T Géophysique-ionosphère
	BOURREAU	T Botanique
	D. CURIE	Physique MGP
	DURAND-DELGA	T Géologie
	FREON	T Chimie organique (Orsay)
	HELLER	T Physiol. végétale
	TORTRAT	T Calcul des Probabilités
	CAILLEUX	T Géologie (SPCN)
	MAGNAN	T Physique SPCN
	DAUDEL	T Mécanique ondulatoire appli. à la chimie
		Théor. & à la Phys. Nucléaire.
Mlle	FOURCROY	Biologie végét. SPCN
Mme	CHOQUET-BRUHAT	T Mécan. Analytique et Méca. céleste.
Mlle	VEIL	T Physiologie générale
	LWOFF	T Microbiologie
	SIESTRUNCK	T Mécan. Phys. & Expérim.
	LACOMBE	T Métallurgie des métaux Nucléaires (Orsay)
	BROCHARD	T Physique PCB (Orsay)
	CABANNES	T Mécanique générale
	LESIEUR	T Mathématiques I (Orsay)
	MAZET	T Méca. générale (Orsay) Géographie
		phys. et Géol. Dynamique
	CAIRE	Géographie phys. et Géol. Dynamique
	COMOLET	T Mécanique des Fluides
	CORABOEUF	T Physiol. animale (Orsay)
	DELLOUE	Physique de l'exosphère
	GORENFLOT	Botanique II (Orsay)
	HOUILLON	Biologie animale PCB
	J. JULLIEN	Chimie SPCN (Orsay)
	MALGRANGE	T Technique Math. de la Physique (Orsay)
	OLIVIER	Antropologie
	NOZERAN	T Botanique II (Orsay)
	BLANC-LAPIERRE	T Phys. ENS (Orsay)
	CHEVAUGEON	T Botanique (Orsay)
	KAHANE	T Mathématiques (Orsay)
	SAMUEL	T Mathématiques ENS féminines
	KOURGANOFF	T Astronomie (Orsay)
	THIRY	T Mécanique céleste
	ABELES	Physique SPCN
	AMAT	T Physique PCB
	AUBOIN	T Géologie
Mme	BENOIT-GUEUTAL	T Phys. Nucléaire et radioactivité (Orsay)
	BOUGIS	Biologie marine (Villefranche/Mer)
	BRUHAT	T Mathématiques MPC
	BRUNN	T Géologie historique (Orsay)
	CHABBAL	T Physique MGP (Orsay)
	DEHEUVELS	T Mathématique Propé.
	D'ESPAGNAT	T Physique théorique (Orsay)
	FURON	T Géologie SPCN
Mme	GANS	T Génétique
	GENEVES	Biologie végétale PCB
	GUILBERT	Physique (CUS Orléans)
	HUPE	T Pétrographie
	HOLLANDE	T Biologie générale
	LIONS	T Analyse numérique
	MAITTE	T Chimie PCB
	MEYER	Physique propédeutique
	NICOLAS	Géologie appliquée
	PANIGEL	Biologie générale
	RAVIER	Pétrographie
	ROSEAU	T Méca. théor. des fluides
	ROUBINE	T Electronique
	SILBER	T Chimie PCB
	UEBERSFELD	T Electronique
	YVON	T Théories Physiques
	HERVE	T Mathématiques
	NERON	T Mathémat. MPC (Orsay)
Mme	PECKER-WIMEL	T Astrophysique
	BALKANSKY	Physique MPC
	LE CORRE	T Electricité
	DELCROIX	T Physique théorique (Orsay)
	GOURDIN	Phys. Théor. des Hautes Energies (Orsay)
	LEHMANN	T Phys. Exp. des Hautes Energies (Orsay)
	NATAF	T Physique nucléaire et radioactivité (Orsay)
	ECHALIER	Biologie animale PCB
	BARRAUD	Physiologie cellulaire
	LIORET	Physiologie végét. Orsay
	DARS	Géologie struc. & Géol. appliquée
	CAMEFORT	T Botanique (agrégation)
	VICHNIEWSKY	T Mécanique industrielle
	BLAQUIERE	Electronique (Orsay)
	ARNOUS	T Physique théorique
	TATIBOUET	Chimie (CSU Orléans)
	MALLIAVIN	T Mathématique propé. Orsay
	GAUDEMAR	Chimie Propéd.
	PEREZ Y JORBA	Phys. Exp. des Hautes énergies (Orsay)
	DAVID	T Chimie (Agrég. Orsay)
	BROUSSE	T Mécanique théorique
	ROSCH	T Astronomie

Secrétaire Général..... R. POULLAIN

TABLE DES MATIÈRES

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK - LEIDEN -

	Pages
INTRODUCTION	7
LISTE DES SYMBOLES UTILISES	11
I - DESCRIPTION d'AdA	15
a) Structure magnétique	15
b) Chambre à vide	17
c) Cavité radio-fréquence	18
d) Support	19
II - LE REMPLISSAGE	23
a) Situation d'AdA auprès de l'Accélérateur Linéaire	24
b) Rendement de l'ensemble radiateur-convertisseur	25
c) Mécanisme de l'injection proprement dite	26
d) Utilisation d'un quadrupôle de couplage	35
III - PROPRIETES DE L'ORBITE ET DES FAISCEAUX	37
a) Matrices de transfert sur un tour. Nombres d'onde bétatron. Résonances	39
b) Coefficient de compression des quantités de mouvement. Fréquence des oscillations synchrotron	49
c) Coefficients d'amortissement	51
d) Dimensions des paquets	52
IV - DETERMINATION DU NOMBRE DE PARTICULES STOCKEES	67
a) Caractéristiques de la lumière synchrotron	67
b) Sélection et mode d'emploi des photomultiplicateurs	74
V - DUREES DE VIE	79
a) Limitations dues au gaz résiduel	81

Pages

b) Pertes par fluctuations quantiques..... 86

c) "Effet AdA"..... 89

VI - RECHERCHES DES INTERACTIONS FAISCEAU-FAISCEAU..... 101

a) Effets portant sur les dimensions des paquets ou sur les durées de vie 107

b) Annihilations en deux gammas..... 113

c) Bremsstrahlung simple..... 118

CONCLUSION..... 127

LISTE DES REFERENCES..... 131

A. d. A. est un sigle dont l'origine est : "Anello di Accumulazione". C'est le nom d'un anneau de stockage et de collisions(*) pour électrons et positrons d'énergie au plus égale à 250 MeV. Les caractéristiques de cet anneau ont été choisies par un groupe de physiciens travaillant en Italie comprenant : C. Bernardini, G. F. Corazza, G. Ghigo, du Laboratoire National de Frascati du CNEN, et B. Touschek [1] de l'Institut de Physique de l'Université de Rome. Les plans de l'aimant ont été faits par G. Sacerdoti, ceux de la cavité radio-fréquence par A. Massarotti et P. Puglisi. Les premières expériences sur AdA ont eu lieu en février 1961 auprès du synchrotron de Frascati par ces mêmes physiciens auxquels se sont joints par la suite U. Bizzari, G. di Giugno et R. Querzoli.

Le stockage de quelques électrons fut réalisé avec succès en mai 1961. Les problèmes d'injection furent alors systématiquement étudiés ainsi que ceux de durées de vie avec un faible nombre de particules (de l'ordre de 10^5) [2] [3]. L'efficacité d'injection fut améliorée par un facteur compris entre 25 et 30 grâce à une modulation convenable de la tension radio-fréquence. Par ailleurs, la qualité du vide dans l'anneau permettait de stocker les particules pendant plusieurs heures.

En été 1962, sur l'invitation de Mr le Professeur A. Blanc-Lapierre, AdA a été transporté de Frascati à Orsay, afin d'utiliser le faisceau d'électrons aisément "extrait" de l'Accélérateur Linéaire de la Faculté des Sciences. F. Lacoste et P. Marin se sont alors joints à l'équipe des physiciens Italiens pour l'exécution d'un programme commun entre ces deux laboratoires. Puis j'ai remplacé F. Lacoste dans le "groupe AdA".

Le travail présenté dans cette phase a été fait au sein d'une équipe dont les membres étaient : C. Bernardini, G. Corazza, G. di Giugno, P. Marin, R. Querzoli, B. Touschek et moi-même. La collaboration était telle qu'il serait très difficile de chercher à isoler la part de chacun et cela serait contraire à l'esprit même de cette collaboration ; c'est pourquoi on ne trouvera pas, plus loin, le détail des contributions personnelles de l'un ou l'autre dans la description des expériences ou dans leur analyse. Cependant, à certaines réalisations ou suggestions précises, on peut associer un ou plusieurs noms :

- les chambres à vide ont été construites par G. F. Corazza ;

- les circuits électroniques ont été construits par G. di Giugno et R. Querzoli.

- P. Marin a dirigé l'installation d'AdA auprès de l'accélérateur linéaire et était chargé des relations AdA-Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire ;

(*) Dans toute la suite de ce travail c'est l'expression "anneau de collisions" qui sera utilisée pour désigner en général ce type de machines, puisqu'elle correspond à leurs objectifs proprement physiques.

- l'origine de l'un des phénomènes fondamentaux qui limitent les durées de vie, à savoir les diffusions coulombiennes entre particules d'un même paquet, a été trouvée par B. Touschek ; l'analyse théorique de cet effet a été faite par lui-même, en collaboration étroite avec C. Bernardini ;

- la mise en place d'une petite bobine magnétique en vue de faire varier la densité des particules stockées a été suggérée par C. Bernardini, ainsi que la façon d'exciter les oscillations synchrotron décrite chapitre III § B;

- pour ma part, j'ai participé à toutes les expériences décrites plus loin. J'ai apporté une contribution personnelle plus particulièrement importante à l'étude des propriétés de l'orbite et des effets d'un couplage agissant sur les oscillations bétatron, ainsi qu'à l'observation optique des faisceaux et la mesure de certaines caractéristiques de la lumière synchrotron. De plus, j'ai fait ou refait indépendamment la plupart des calculs nécessaires à l'interprétation des résultats expérimentaux.

INTRODUCTION

Dans toutes les expériences effectuées auprès des accélérateurs conventionnels, certaines particules -projectiles- auxquelles on a donné une grande énergie cinétique viennent frapper des cibles qui sont au repos (ou presque) dans le laboratoire. La loi de conservation des quantités de mouvement fait qu'une fraction souvent importante de l'énergie cinétique du projectile avant la collision est liée au mouvement du centre de gravité et, finalement, ne sert qu'à entraîner l'ensemble ; cette partie de l'énergie n'est pas disponible pour la réaction proprement dite - pas disponible par exemple pour créer de nouvelles particules. Ainsi, lorsqu'un électron d'énergie $E \gg m_0 c^2$ vient frapper un autre électron au repos dans le laboratoire, on ne dispose que de $E^* = \sqrt{2\, E m_0 c^2}$ dans le système de leur centre de gravité. *En gros, l'énergie disponible pour les interactions dans le système du centre de masse ne croît que comme la racine carrée de l'énergie de l'accélérateur.*

On fait donc un pas de géant dans le domaine des énergies accessibles si l'on fait en sorte que le système de référence du laboratoire soit aussi système du centre de masse, en projetant les unes vers les autres des particules ayant des quantités de mouvement exactement opposées. L'énergie disponible est alors la somme des énergies initiales. Pratiquement, on est donc conduit à former deux faisceaux de particules rapides dirigés en sens inverses dans une partie commune de leur trajectoire. Cependant les densités des particules dans un faisceau d'accélérateur sont en général extrêmement faibles, infiniment plus faibles que lorsqu'on utilise les particules contenues dans une cible solide, liquide ou même gazeuse ; par conséquent, le taux des interactions entre deux faisceaux croisés risque, à priori, d'être beaucoup trop bas pour présenter quelque intérêt.

Kerst et al. [4] abordèrent les premiers la possibilité de réaliser pratiquement de tels faisceaux croisés à l'aide de deux synchrotrons à champ fixe (F. F. A. G.). Puis G. O'Neill proposa la construction d'anneaux de collisions [5] : il suggéra d'accélérer les particules dont on veut étudier les interactions dans un synchrotron conventionnel, puis de les stocker dans deux anneaux circulaires ayant une section commune. Ces anneaux devaient servir à emmagasiner, non à accélérer : leur structure, relativement simple, était adaptée à cette fonction spéciale. La densité de chacun des faisceaux devait être faible, mais la rotation des particules les ramenant avec une grande fréquence dans la région d'interaction (la région commune aux deux anneaux), devait permettre d'obtenir des taux de collisions convenables.

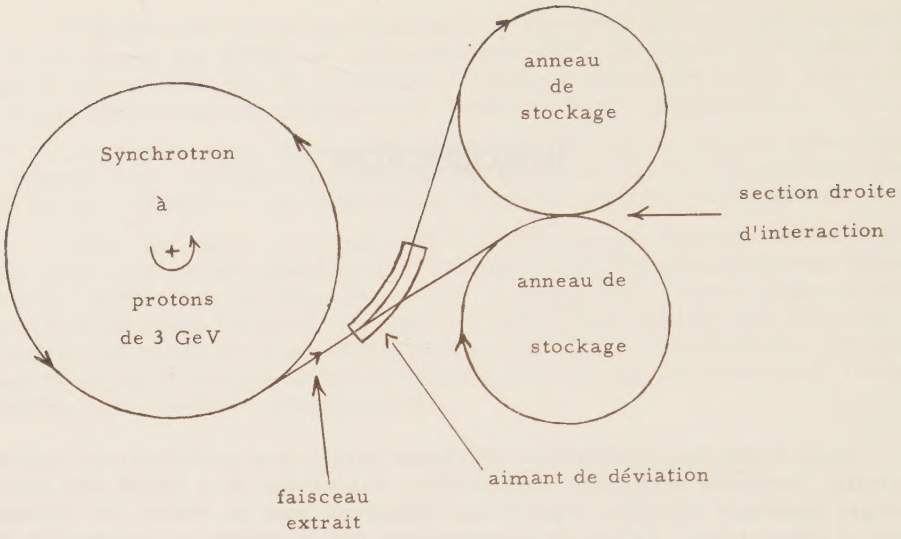


Schéma du premier projet O'Neill [5]

Si l'on veut étudier les collisions entre des particules chargées et leurs antiparticules, le stockage peut être réalisé dans un seul anneau : le même champ magnétique des aimants et le même champ électrique radio-fréquence font alors tourner les particules dans un sens et les antiparticules dans l'autre.

Un projet de construction d'anneaux de collisions fut proposé de façon détaillée pour la première fois par G. O'Neill, W. Barber, B. Richter et W. Panofsky [6], en mai 1958, au laboratoire de Stanford (Californie), pour étudier les collisions $e^- - e^-$ à une énergie allant jusqu'à 2×500 MeV(*). Ces anneaux fonctionnent depuis 1962 ; des faisceaux de forte intensité ont pu être stockés dans chacun d'eux mais on n'est pas encore arrivé à obtenir des taux d'interactions élevés. En URSS, deux anneaux de collisions ont été construits à Novosibirsk, dans le laboratoire dirigé par G. I. Bucker. La première de ces 2 machines est en fait un anneau double [7] pour électrons d'énergie 130 MeV. En été 1963, un faisceau d'intensité assez importante pouvait y être stocké avec une durée de vie de quelques minutes seulement. L'autre machine est un anneau de 700 MeV pour électrons et positrons. Des particules y ont déjà été stockées et des expériences de collisions sont en cours de préparation. Au CERN, à Genève, un anneau pour électrons de 2 MeV fonctionne depuis 1963 ; cette machine sert de prototype pour étudier les problèmes posés par des anneaux de stockage à protons de très haute énergie [50].

La construction de 2 autres anneaux de stockage pour électrons et positrons est maintenant en cours : l'un, "Adone" [48], d'énergie 1,5 BeV au

---

(*) L'énergie d'un anneau de collisions est un paramètre que l'on peut faire varier à volonté entre certaines limites : il suffit pour cela de modifier l'intensité du courant dans les aimants ; la stabilité des oscillations synchroton fait que les particules "suivent" automatiquement l'énergie correspondant au champ magnétique moyen sur l'orbite. En général, on est limité vers les hautes énergies soit par la saturation des aimants soit par la puissance à fournir à la cavité radio-fréquence.

Laboratoire de Frascati du CNEN, près de Rome ; l'autre, "ACO" [49], d'énergie 450 MeV, au Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire d'Orsay. On prévoit que ces anneaux fonctionneront dans le courant de 1966 et de 1965 respectivement.

C'est au début de l'année 1960 que le projet AdA fut lancé à Frascati par un groupe de physiciens [1] comprenant : C. Bernardini, G. F. Corazza, G. Ghigo et B. Touschek. Le projet AdA était nettement plus modeste que celui des anneaux de Stanford. AdA devait servir tout d'abord de prototype pour des machines plus importantes (projet "Adone" à Frascati en particulier). AdA devait permettre de se familiariser avec ·

- certains problèmes d'injection,
- les problèmes de durées de vie
- les problèmes des faisceaux stockés, plus particulièrement ceux liés aux dimensions des paquets d'électrons ou de positrons, puisque ces dimensions déterminent les taux d'interactions.

Du point de vue de la physique des particules élémentaires, les auteurs du projet estimaient que les réactions pouvant se faire avec de petits transferts d'énergie-impulsion, réactions dont les sections efficaces sont relativement élevées, telles que :

$$e^+ + e^- \longrightarrow 2\gamma \qquad (1)$$

pourraient être étudiées dans la mesure où la vitesse d'injection serait améliorée. La possibilité de détecter les réactions :

$$e^+ + e^- \longrightarrow \mu^+ + \mu^- \qquad (2)$$

ou :

$$e^+ + e^- \longrightarrow \pi^+ + \pi^- \qquad (3)$$

leur paraissait difficilement accessible avec cette machine.

On trouvera la description d'AdA dans le chapitre I : les éléments mécaniques de la machine et les caractéristiques essentielles de sa structure magnétique. Ces dernières sont exploitées, non pas dans le chapitre suivant, mais dans le chapitre III, pour calculer diverses propriétés de l'orbite et des faisceaux. Le chapitre II est consacré au remplissage d'AdA, dont le principe est simple : on crée des paires $e^+ - e^-$ en bombardant une cible située à l'intérieur même de la chambre à vide par des photons de grande énergie. Certaines particules ainsi créées près de l'orbite d'équilibre entreprennent des oscillations dont l'amortissement fait qu'une fraction d'entre elles ne revient pas frapper la cible dont elle est originaire et est définitivement captée.

Une caractéristique fondamentale des faisceaux est l'aire de leur section transverse car elle détermine la densité transverse des particules et par suite le taux des interactions entre les deux faisceaux. La largeur radiale des faisceaux est très facile à mesurer (chapitre III) grâce à la lumière synchrotron qu'émettent les particules stockées, lumière dont une fraction importante se trouve dans le spectre visible. Cependant, des phénomènes de diffraction font que l'on ne peut pas utiliser une image du faisceau pour mesurer sa hauteur. Celle-ci ne peut être déduite que de la mesure des interactions entre particules d'un même faisceau (chapitre V) ou des interactions entre les deux faisceaux (chapitre VI).

L'émission synchrotron joue un rôle fondamental dans les propriétés des faisceaux stockés d'électrons. L'étude théorique de ce rayonnement se fait dans le cadre de l'électromagnétisme classique. Un anneau de stockage apparaît comme la machine idéale pour faire des expériences sur ce rayonnement (chapitre IV). Ce rayonnement est exploité pour mesurer l'intensité des faisceaux : la méthode est très sensible puisqu'elle permet de "voir" un faisceau ne contenant qu'un seul électron stocké.

Les particules stockées ne le restent évidemment par indéfiniment : les collisions avec les molécules du gaz résiduel de la chambre à ultravide ou les collisions des particules entre elles les éjectent petit à petit. Les phénomènes essentiels qui limitent les durées de vie sont systématiquement étudiés dans le chapitre V.

En général, un anneau de stockage ne devient vraiment intéressant que lorsqu'il est aussi un anneau de collisions. Le chapitre VI montre comment on a cherché à mettre en évidence les interactions directes entre faisceaux. On verra qu'à l'observation de la réaction (1) il a fallu substituer celle de la réaction de rayonnement de freinage simple :

$$e^+ + e^- \longrightarrow e^+ + e^- + \gamma \qquad (4)$$

dont la section efficace est beaucoup plus grande, lorsqu'il est apparu que la dimension verticale des faisceaux était d'un ordre de grandeur supérieur à celui attendu théoriquement.

Grâce à la réaction (4) on a pu mesurer le taux de collisions entre les deux faisceaux et en déduire leur section d'interaction. La connaissance de ce dernier paramètre permet de calculer les sections efficaces *absolues* de toute autre réaction dont on mesure les taux de production dans la même région d'interaction.

LISTE DES PRINCIPAUX SYMBOLES UTILISÉS

$\approx$	approximativement égal
$\sim$	du même ordre de grandeur
$\propto$	proportionnel
a, b	grand axe et petit axe de la section (elliptique) de la chambre à vide
B	champ magnétique sur l'orbite d'équilibre, B_0 champ au centre des pièces polaires
c	vitesse de la lumière
(C)	orbite d'équilibre d'une particule synchrone
d	distance du bord de la cible interne à l'orbite d'équilibre
E	énergie des particules stockées
ΔE_γ	énergie moyenne rayonnée par tour et par particule stockée
f	fréquence de résonance de la cavité radio-fréquence
h	hauteur des faisceaux
H	matrice de transfert sur un tour pour les oscillations bétatron horizontales
I	intensité du courant dans l'aimant
k	ordre de l'harmonique de la tension radio-fréquence par rapport à la fréquence de révolution des particules
l	longueur d'un paquet
L	longueur de l'orbite d'équilibre d'une particule synchrone
$L = \frac{N_+ N_-}{S}$	"luminosité" d'une région d'interaction (chapitre VI)
m_0	masse au repos de l'électron
n	indice du champ magnétique
N_+, N_-	nombres de particules stockées dans les faisceaux de positrons et d'électrons
N_i	nombre d'atomes de nombre atomique Z_i dans un cm^3 de gaz résiduel

p	quantité de mouvement des particules stockées
p	pression vraie qui règne dans la chambre à vide lorsque la jauge indique p^*
P_γ	puissance moyenne rayonnée par une particule stockée
δq	écart-type des quantités de mouvement radiales dans les faisceaux
r_0	rayon classique de l'électron
r_b (r_s)	élongation des oscillations bétatron (synchrotron) radiales
R	rayon "physique" de la machine ($L = 2\pi R$)
s	abscisse le long de l'orbite d'équilibre comptée à partir de la cavité radio-fréquence
S	aire de la section transverse d'un paquet
t_s	durée d'un tour = période de révolution d'une particule synchrone
V	matrice de transfert sur un tour pour les oscillations bétatron verticales
$\hat{V}$	tension crête de la cavité radio-fréquence
w	largeur radiale des paquets
W	puissance consommée par la cavité radio-fréquence
z	élongation des oscillations bétatron verticales
Z_i	nombre atomique des atomes d'espèce i dans le gaz résiduel
α	facteur de compression local des quantités de mouvement, $\bar{\alpha}$ facteur de compression moyen
α	coefficient de "l'effet AdA" ($\tau^{-1} = \tau_0^{-1} + \alpha N$) (chapitre V § C)
β_r, β_z	carrés des fonctions amplitude dans les matrices de Twiss
γ	facteur relativiste ($E = \gamma m_0 c^2$)
δ	convergence du quadrupôle de couplage orienté à 45°
ε_c	énergie du photon critique du rayonnement synchrotron
ε_{RF}	acceptance en énergie de la cavité radio-fréquence
η	efficacité de détection de l'ensemble des compteurs (chapitre VI, § B et C)
$\lambda\!\!\!^{-}_r$, $\lambda\!\!\!^{-}_z$	longueurs d'onde des oscillations bétatron radiales et verticales divisées par 2π
λ_c	longueur d'onde du photon critique du rayonnement synchrotron
Λ	facteur circonférentiel ($R = \Lambda \rho_0$)
ν_r, ν_z	nombres d'onde des oscillations bétatron radiales et verticales
ρ	rayon de courbure local de l'orbite d'équilibre
ρ_0	rayon de courbure de l'arc moyen des pièces polaires
σ_r (σ_z, σ_l)	écart-type de la densité radiale des particules (verticale, longitudinale) dans un paquet
σ	élongation des oscillations synchrotron radiales
σ_0	amplitude des oscillations synchrotron radiales

τ	durée de vie d'un faisceau
τ_r , τ_z , τ_s	périodes d'amortissement des oscillations bétatron radiales et verticales et des oscillations synchrotron
Φ_s	phase des particules synchrones
$\phi = \Phi - \Phi_s$	élongation de la phase au cours des oscillations synchrotron
$\Omega = 2\pi \nu_s$	fréquence angulaire des oscillations synchrotron

I - DESCRIPTION D'AdA

Bien qu'AdA ait été décrit en détail dans certains des articles déjà cités [1] [2] [3], il paraît nécessaire de donner ici une description succincte de ses éléments essentiels.

La structure d'AdA est celle d'un synchrotron à gradient faible : une chambre à vide en acier inox, de forme torique, à axe vertical, est enserrée entre les pièces polaires d'un aimant ; cet aimant présente presque une symétrie de révolution. La chambre à vide contient une cible interne utilisée pour injecter tour à tour les électrons et les positrons, et une cavité radiofréquence dont le champ électrique oscillant entretient la rotation simultanée des électrons et des positrons circulant en sens opposés. La caractéristique la plus remarquable de la machine est attachée à la chambre à vide : c'est en fait une chambre à ultravide où règne une pression inférieure ou au plus égale à $1,5\ 10^{-9}$ Torr.

On trouvera les valeurs des paramètres essentiels d'AdA réunis dans le tableau I, à la fin de ce chapitre.

A - L'AIMANT

Ainsi qu'il a été mentionné plus haut, l'aimant présente en gros une symétrie de révolution autour d'un axe vertical ; la figure I montre une coupe selon un plan méridien. En fait, les pièces polaires sont formées de 4 sections courbes, de rayon moyen 58 cm, dont les centres sont situés aux sommets d'un carré de 11 cm de côté (voir figure 2). Entre ces pièces polaires se trouvent 4 régions où le champ magnétique est réduit par un facteur compris entre 2 et 2,5 qui sont donc des sections quasi-droites pour les orbites. Comme le champ n'est pas tout à fait nul dans ces 4 sections, la longueur (en radians) des sections circulaires à fort champ a été réduite de $\frac{\pi}{2}$ à $\frac{\pi}{2}$ - 0,12. Ainsi la distance séparant les extrémités de deux pièces polaires consécutives est :

$$11 + 0,12 \times 58 = 18 \text{ cm}$$

Le diamètre hors-tout de l'aimant est 160 cm ; son poids total est 8,5 tonnes ; la hauteur de l'entrefer entre les pièces polaires est de 5 cm. Il est alimenté à Orsay par une génératrice pouvant débiter 720 A au maximum.

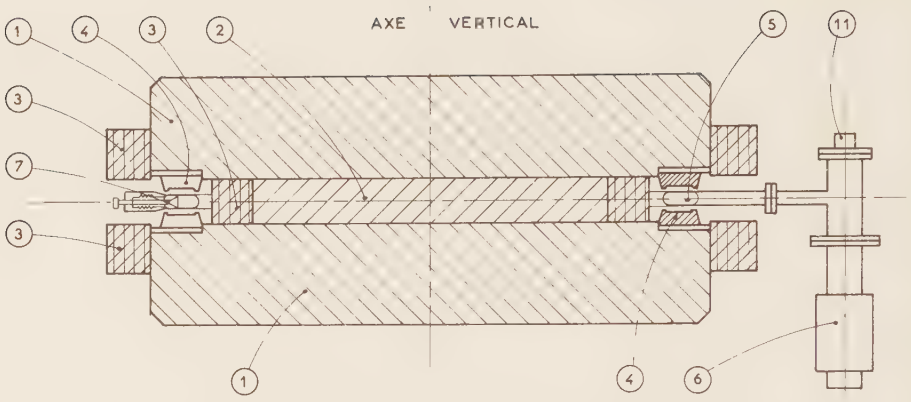


Figure 1

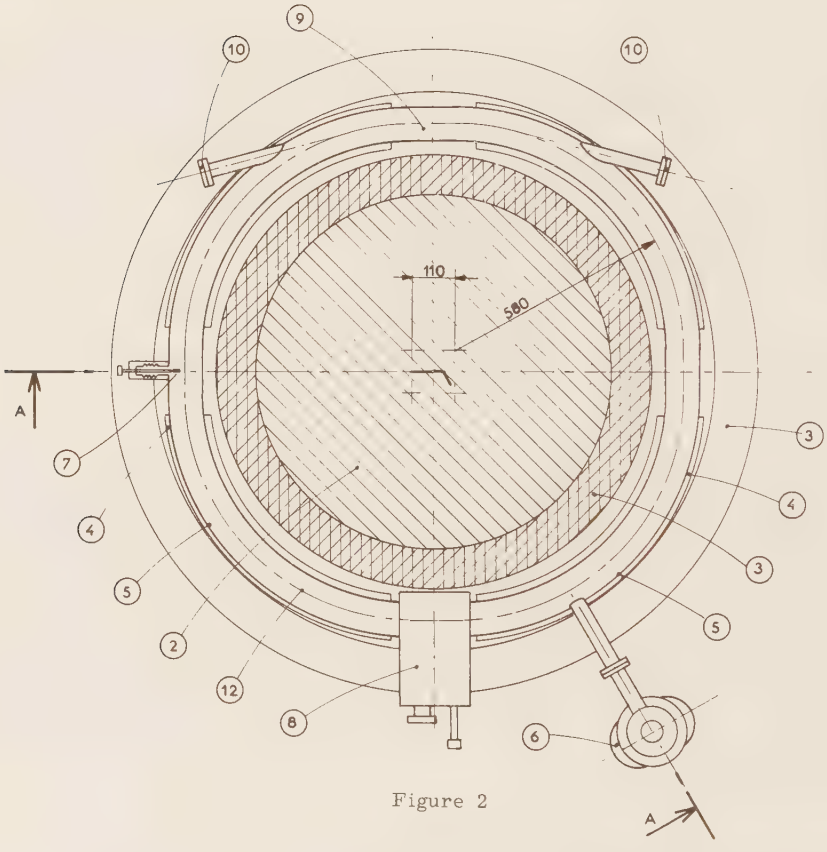


Figure 2

Coupes d'AdA : 1 - selon deux demi-plans méridiens.
2 - selon le plan de l'orbite d'équilibre.

(1) culasse de l'aimant (2) noyau de l'aimant (3) bobines (4) pièces polaires (5) chambre à vide (6) pompe à vide (7) cible interne (8) cavité radio-fréquence (9) l'une des sections (quasi) droites d'interaction (10) hublots de verre laissant sortir la lumière synchrotron (11) jauge de pression (12) orbite d'équilibre.

Mesures magnétiques : on a profité d'un changement de chambre à vide pour faire à Orsay quelques mesures magnétiques (*) qui ont confirmé et complété celles qui avaient été faites à Frascati à la naissance d'AdA. On a mesuré :

a) le champ magnétique $B_0(I)$ au centre d'une section courbe en fonction de l'intensité du courant dans l'aimant. On a trouvé :

$$B_0 = (15,55 \pm 0,15)I \qquad B_0 \text{ en gauss et I en ampères}$$

pour des valeurs de I allant au moins jusqu'à 710 A. L'hystérésis est négligeable.

b) le champ magnétique B(s) le long de l'orbite d'équilibre dans une section quasi-droite pour I = 707 A (point habituel de fonctionnement d'AdA).

c) l'indice du champ $\frac{\rho}{B}\frac{\partial B}{\partial \rho}$ pour I = 707 A.

1/ dans une section courbe : n_0

2/ dans une section quasi-droite : n_1

3/ sur le bord du pôle, c'est-à-dire dans la région de transition entre ces deux types de sections : n_2.

Les valeurs mesurées pour ces indices sont :

$n_0 = 0,54 \pm 0,01$ valable dans le domaine $\Delta r = 4$ cm

$n_1 = 1,14 \pm 0,02$ valable dans le domaine $\Delta r = 3$ cm

$n_2 = 0,42 \pm 0,16$ valable dans le domaine $\Delta r = 2,5$ cm

Pour calculer n_0, on a pris $\rho_0 = 58$ cm, rayon moyen des pièces polaires. Pour calculer n_1 et n_2 on a utilisé le rayon de courbure local, correspondant au champ magnétique local : $\rho_1 = 139$ cm, $\rho_2 = 68,5$ cm. La mesure de n_2 est entachée d'une grande imprécision parce qu'elle est faite dans une région de fort gradient longitudinal ; on a supposé que l'orientation de la sonde par rapport à la normale à l'orbite d'équilibre pouvait être fausse d'un degré.

Ces mesures seront exploitées dans le chapitre III.

B - LA CHAMBRE A VIDE

Deux chambres à vide ont été successivement utilisées à Orsay ; le changement a eu lieu en mai 1964. La première chambre, avec laquelle la plupart des expériences ont été faites, est un tore de section elliptique (a = 9 cm, b = 3,9 cm) en acier inox d'épaisseur 1,2 mm. Cette chambre comporte une cavité radio-fréquence, une cible interne, et deux hublots en verre pour laisser sortir la lumière synchrotron (l'un pour la lumière synchrotron émise par les électrons, l'autre pour celle produite par les positrons), dont la disposition est indiquée sur la figure 2. La cible interne est constituée par une

---

(*) Ces mesures ont été faites par les soins du Service des Aimants du Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire. Je remercie Mr Boutouyrie, chef de ce Service, ainsi que Mme Fardeau et Mr Cohen d'avoir bien voulu nous prêter leur matériel, et surtout d'avoir participé aux mesures et à l'analyse de celles-ci.

plaque de tantale de 2 mm d'épaisseur ; elle sert à convertir un faisceau de rayons γ en paires $e^+ - e^-$, les particules d'un type pouvant être stockées, les autres étant perdues.

Cette chambre à vide était scellée et continuellement pompée par une pompe à titane Varian 75 l/s, près de laquelle était située une jauge de pression du type Alpert. Lorsque la cavité radio-fréquence ne marchait pas, le vide se maintenait au voisinage de 6 ou 7 10^{-10} Torr. La cavité radio-fréquence fonctionnant à pleine puissance (300 à 350 watts), le vide se détériorait jusqu'à 8 à 9 10^{-10} Torr.

A la fin de chaque remplissage d'AdA, la pression atteignait des valeurs voisines de 1,3 ou 1,4 10^{-9} Torr. Le faisceau de l'accélérateur étant alors coupé, la pression diminuait lentement pour atteindre 8 à 9 10^{-10} Torr au bout de quelques heures. Cette décroissance suivait assez bien celle du nombre *total* de particules stockées ainsi que le montrent les diverses courbes de la figure 3 : ces variations de pression semblent donc résulter d'un dégazage des parois de la chambre à vide sous l'action du rayonnement synchrotron(*).

On voit sur la figure 3 les indications p^* de la jauge de pression relevées au cours d'une série d'expériences ayant nécessité 4 remplissages successifs. Pour chaque décroissance, on peut écrire

$$p^* \approx p_0 + p_1 (N_+ + N_-)$$

où le coefficient $p_1 \approx 0,8\ 10^{-17}$ Torr. particule^{-1} est proportionnel à l'efficacité de la désorption des parois sous l'action du rayonnement synchrotron. La valeur de ce coefficient est en bon accord qualitatif avec les mesures de M. Bernardini et L. Malter [8] et les calculs qu'ont fait ces auteurs sur AdA, si l'on admet que la vitesse de pompage de la pompe ionique est d'un ordre de grandeur inférieure à sa valeur nominale. Cette dernière hypothèse est très plausible vu que la pompe est d'un modèle relativement ancien, modèle dont les performances ne sont certainement pas aussi bonnes aux très basses pressions (10^{-9} Torr) qu'aux pressions intermédiaires (10^{-7} Torr).

La deuxième chambre à vide utilisée a une structure générale très analogue. Cependant sa section est un rectangle de 7 × 4,5 cm^2, qui a permis de loger des électrodes pour balayer des ions éventuels, et des électrodes pour séparer les faisceaux électrostatiquement. Ces dernières sont formées de deux plaques métalliques rectangulaires de 14 × 8 cm^2, distantes l'une de l'autre de 4,5 cm, et situées dans la section droite diamétralement opposée à la cavité radio-fréquence. On peut les porter à un potentiel de ±10 kV.

C - LA CAVITE RADIO-FREQUENCE

La cavité est accordée sur la fréquence f = (147,2 ± 0,1) MHz. Cette fréquence correspond au double de la fréquence de rotation d'une particule sur l'orbite moyenne :

(*) Certaines considérations d'ordres de grandeur et diverses constatations expérimentales montrent que l'on ne peut expliquer cette remontée de pression ni par l'action du faisceau de l'accélérateur linéaire pendant le remplissage ni par des phénomènes de dégazage qui pourraient être liés à l'impact des particules perdues.

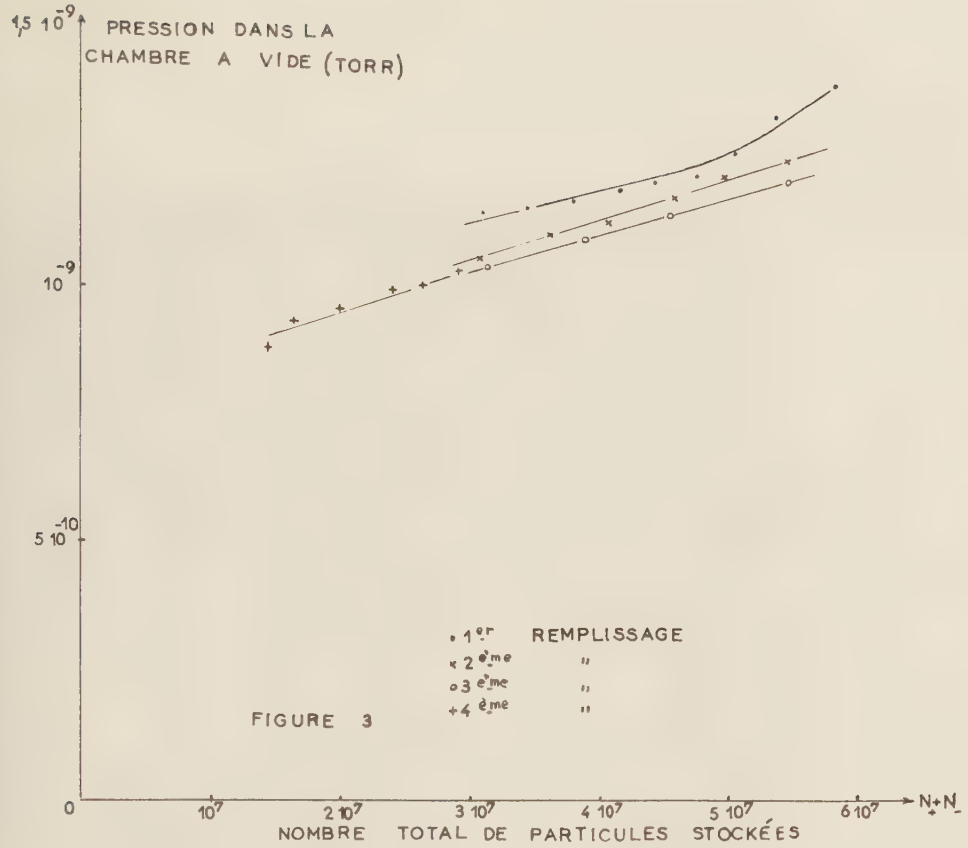


FIGURE 3

Figure 3

$$f = 2\,\frac{c}{L} = 2\,\frac{3\ 10^{10}}{2\pi \times 58 + 4 \times 11} = 147,2\ 10^{-6}\ s^{-1}$$

(58 cm = rayon des sections courbes, 11 cm = longueur de chacune des 4 sections droites).

Dans les conditions habituelles de fonctionnement, la puissance absorbée par la cavité est 330 W correspondant à une tension crête de 5,5 kV environ, Cette tension crête peut être modulée de façon plus ou moins profonde pendant une durée réglable entre quelques microsecondes et plusieurs dizaines de microsecondes, en synchronisation avec les impulsions de l'accélérateur linéaire.

D - LE SUPPORT

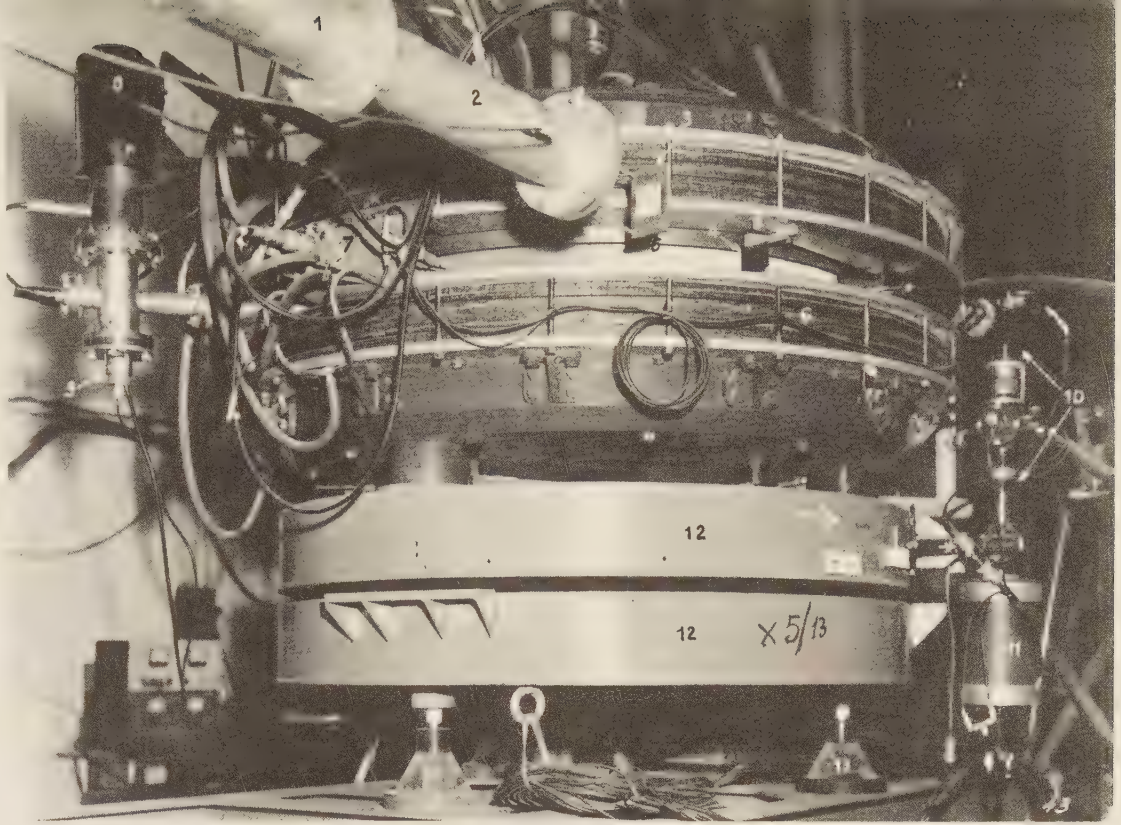
AdA est monté sur une tourelle qui permet une rotation de la machine pouvant aller jusqu'à 2π autour de l'axe de symétrie vertical de l'aimant.

Le support de cette tourelle est lui-même monté sur trois vérins grâce auxquels on règle -une fois pour toutes- l'horizontalité du plan de l'orbite d'équilibre et la hauteur de ce plan par rapport au faisceau de l'accélérateur linéaire. Enfin le tout repose sur une plateforme de 3 m × 3,4 m posée sur rails, qui peut être translatée perpendiculairement au faisceau de l'accélérateur linéaire. Tous les câbles d'alimentation sont assez longs pour que les mouvements de rotation ou de translation puissent être faits rapidement sans interrompre le fonctionnement d'AdA de quelque façon que ce soit. On verra comment ces divers mouvements sont exploités pour l'injection.

Tableau I

PRINCIPAUX PARAMETRES D'AdA

1/ Aimant :		
Poids total		8,5 tonnes
Diamètre hors tout		160 cm
Champ maximum sur l'orbite		14 500 gauss
Indice du champ magnétique		0,54
Rayon de courbure des pièces polaires		58 cm
Nombre de sections (quasi) droites		4
Longueur des sections (quasi) droites		11 cm
Hauteur de l'entrefer		5 cm
2/ Chambre à vide :		
Dimensions de la section elliptique	hauteur	3,9 cm
	largeur	9 cm
Epaisseur de la chambre		0,12 cm(acier inox)
Pression		$\approx 10^{-9}$ Torr
3/ Cavité radio-fréquence :		
Fréquence		147,2 Méga hertz
Ordre de l'harmonique		2
Q		~600
Tension crête		≈5,5 kV
Puissance consommée		≈330 watts

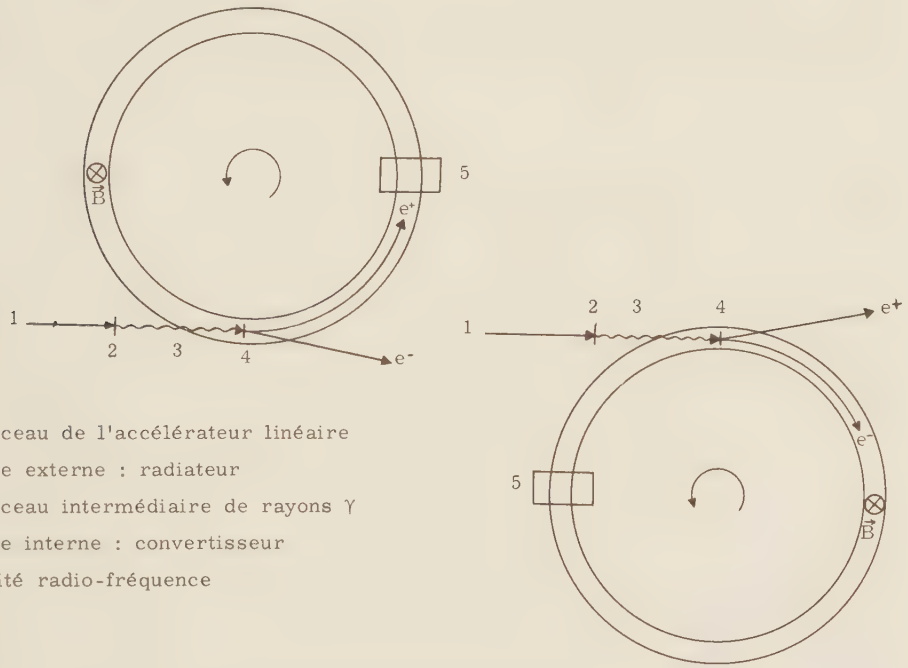


Photographie d'AdA en place pour l'injection des positrons.

(1) Extrémité du tube de la "déviation 500 MeV" de l'accélérateur linéaire (2) Mesureur à électrons secondaires (3) Ecran fluorescent destiné à régler la focalisation du faisceau de l'accélérateur et à repérer son centrage (4) Cible externe (plaque de tantale) (5) L'une des pièces polaires de l'aimant, et, en-dessous, la chambre à vide (6) L'une des bobines de l'aimant (7) Cavité radio-fréquence (8) Pompe ionique 75 l/s (9) Jauge à vide (type Alpert) (10) La lumière synchrotron émise par les électrons est renvoyée vers le bas, à l'aide d'un miroir à 45°, dans le tube marqué "10" (11) Blindage de protection pour le photomultiplicateur qui détecte la lumière synchrotron émise par les électrons. Cette protection est nécessaire par suite de la radioactivité créée par le faisceau de l'accélérateur (12) Support de l'aimant qui permet des rotations de 2π (13) Vérins permettant de régler avec précision la position d'AdA par rapport au faisceau de l'accélérateur.

II - INJECTION

Les électrons et les positrons sont injectés dans AdA de façons tout à fait symétriques.



1 faisceau de l'accélérateur linéaire

2 cible externe : radiateur

3 faisceau intermédiaire de rayons γ

4 cible interne : convertisseur

5 cavité radio-fréquence

Figure 4

La même cible interne sert à injecter successivement les positrons et les électrons grâce aux deux mouvements possibles d'AdA : translation perpendiculaire au faisceau de l'accélérateur linéaire et rotation de π autour d'un axe vertical (cf. chapitre I § D).

Principe de l'injection à partir du faisceau de l'accélérateur linéaire.

Le faisceau d'électrons de l'accélérateur linéaire est dirigé sur une première cible (radiateur) en tantale située hors de la chambre à vide de l'anneau ; cette cible provoque des rayonnements de freinage ; le faisceau secondaire de rayons γ de haute énergie ainsi produit pénètre dans la chambre à vide d'AdA à travers ses parois et vient frapper une deuxième cible (convertisseur), située à l'intérieur de la chambre ; des paires e^+ - e^- d'énergies va-

riées sont alors créées ; la champ magnétique d'AdA rejette toutes les particules d'un signe de charge donné, -les électrons par exemple- et capture certaines des particules de charge opposée : seules sont capturées celles qui ont été créées avec une quantité de mouvement convenable, qui ont une phase correcte par rapport au champ électrique de la cavité radio-fréquence pour que ce dernier puisse entretenir leur mouvement, et qui ne reviennent pas frapper la cible interne au cours de leurs révolutions ultérieures.

A - SITUATION D'AdA AUPRES DE L'ACCELERATEUR LINEAIRE

AdA est située dans la salle de cible "500 MeV" du bâtiment de l'accélérateur linéaire. La figure 5 montre la disposition d'ensemble.

Pendant le remplissage d'AdA, il n'est évidemment pas possible de rester dans la salle où se trouve l'anneau à cause du faisceau de l'accélérateur : c'est pourquoi la salle de contrôle est protégée par une butte de terre. Mais dès le remplissage terminé, il est possible de s'approcher d'AdA pour des temps limités, compte tenu des prescriptions imposées par le Service de Sécurité car la radioactivité reste notable au voisinage immédiat des cibles.

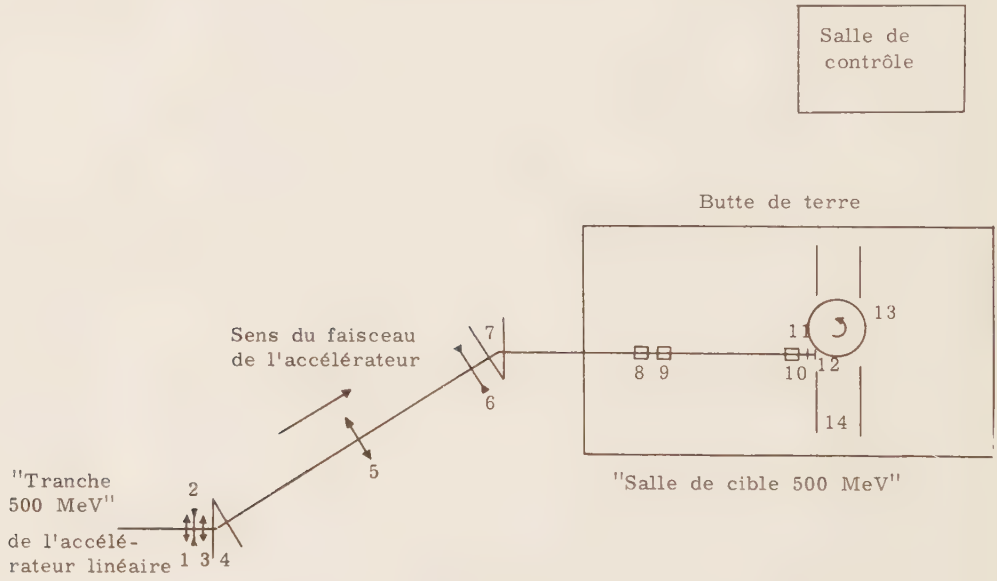


Figure 5 - Situation d'AdA auprès de l'accélérateur linéaire.

1, 2, 3, 5, 6	: lentilles magnétiques
4, 7	: aimants de déviation
8, 9	: bobines de guidage horizontal et vertical
10	: moniteur à électrons secondaires pour mesurer l'intensité du faisceau de l'accélérateur
11	: écran fluorescent pour focaliser le faisceau
12	: cible externe d'AdA (radiateur)
13	: AdA
14	: rails permettant de translater AdA perpendiculairement au faisceau de l'accélérateur.

B - RENDEMENT DE L'ENSEMBLE RADIATEUR-CONVERTISSEUR

L'acceptance en énergie d'AdA est faible, de l'ordre de 0,5 MeV. Par conséquent, pour un réglage donné du champ magnétique B de l'aimant, seuls sont acceptés les électrons (ou les positrons selon le cas) ayant une énergie très voisine de l'énergie de stockage E. La valeur de cette énergie influe très fortement sur la vitesse d'injection. Il en est de même de l'énergie E_0 du faisceau de l'accélérateur linéaire, faisceau que l'on fait rayonner dans la première cible.

La multiplicité des facteurs qui entrent dans le processus d'injection fait qu'il est difficile de prédire théoriquement son rendement avec précision : énergie E_0 du faisceau de l'accélérateur, dimensions transverses et divergence angulaire de ce faisceau, épaisseurs des cibles interne et externe, distance entre ces cibles, orientation du faisceau de l'accélérateur par rapport à AdA, énergie E correspondant au réglage d'AdA, tension radio-fréquence.

La vitesse d'injection est obtenue en multipliant les 3 facteurs suivants :

1/ l'*intensité* du faisceau de l'accélérateur ;

2/ le *rendement* de l'ensemble radiateur-convertisseur ;

3/ l'*acceptance* de la machine.

Il est clair que la vitesse d'injection est d'autant plus grande que le flux de rayons γ d'énergie supérieure à l'énergie d'injection est élevé sur le bord de la cible interne. Le faisceau de l'accélérateur doit donc être aussi intense et aussi bien focalisé que possible. De plus, compte tenu du spectre de rayonnement γ et de celui de production de paires à partir de ces rayons γ, l'énergie E_0 doit être aussi élevée que possible. En principe, E_0 peut atteindre 500 MeV dans la salle de cible où se trouve AdA ; en pratique, les "derniers" MeV étant souvent obtenus au détriment de l'intensité, l'énergie demandée pour le faisceau est 450 MeV et, pour avoir le plus d'intensité de faisceau possible, les fentes d'analyse et les divers collimateurs sont toujours grands ouverts.

A l'aide de 5 lentilles magnétiques, le faisceau de l'accélérateur est focalisé sur un écran fluorescent (qu'il traverse) en une tache à peu près circulaire, de 0,5 cm de diamètre environ. La divergence angulaire du faisceau est au plus de $\pm 3\ 10^{-3}$ rad dans le plan horizontal, et $\pm 1\ 10^{-3}$ rad dans le plan vertical. Quelques centimètres après l'écran se trouve le radiateur en tantale qui provoque le rayonnement de freinage des électrons. Par suite de la dispersion angulaire des rayons γ issus du radiateur, il semble avantageux de rapprocher au maximum cette cible externe de la cible interne ; cependant, si l'on procède ainsi, le faisceau de l'accélérateur linéaire doit alors pénétrer dans le champ magnétique de fuite d'AdA avant d'atteindre le radiateur : ce champ défocalise le faisceau. Il est difficile d'apprécier quantitativement cet effet défavorable. Empiriquement, on a trouvé que la position optimum du radiateur est 40 cm environ en avant de la cible interne.

On verra plus loin que les phénomènes d'amortissement des oscillations bétatron et ceux de durées de vie font que l'on doit choisir pour l'énergie d'injection E une valeur aussi grande que possible. Compte tenu de la puissance de la génératrice utilisée à Orsay pour l'alimentation de l'aimant, on s'est limité à $E \approx 200$ MeV.

Ceci fixé, le rendement de l'ensemble radiateur-convertisseur ne dépend plus que de 2 paramètres : les épaisseurs x_0 et y_0 respectives des

2 cibles. Ce rendement est défini comme étant, pour un électron incident tombant sur le radiateur, le nombre de positrons (ou d'électrons) $\frac{d^3 n}{dS\, d\Omega\, dE}$ sortant près du bord du convertisseur, dans une direction voisine de celle du faisceau de l'accélérateur et avec une énergie voisine de E, par unité de surface, d'angle solide et d'énergie.

Dans le calcul de ce rendement, on ne doit pas supposer que les cibles sont minces. Il faut en particulier tenir compte de la possibilité de conversion des rayons γ avant même qu'ils sortent du radiateur et du rayonnement possible des électrons (ou positrons) avant qu'ils sortent du convertisseur où ils ont été créés. Il faut évidemment tenir compte aussi des diffusions multiples des électrons dans les deux cibles.

En ce qui concerne x_0, le calcul effectué sur ces bases conduit à un maximum extrêmement plat du rendement en fonction de ce paramètre, maximum atteint pour $x_0 = 0,45$ longueur de radiation (le rendement calculé ne varie que de 3 % entre $x_0 = 0,3$ et $x_0 = 0,45$).

Expérimentalement, la valeur optimale mesurée est $x_0 = 0,33$, sans que ce maximum soit bien prononcé.

Dans les mêmes conditions, on est conduit à $y_0 = 0,4$ longueur de radiation.

Le calcul conduit alors à la valeur suivante pour le rendement global des deux cibles :

$$R = \frac{d^3 n}{dE\, dS\, d\theta} = 3,2\ 10^{-3}\ cm^{-2}\ MeV^{-1}\ rad^{-1}$$

θ est l'angle d'émission des positrons (ou des électrons) avec la direction du faisceau de l'accélérateur. Lorsque la position d'AdA est bien réglée, cette direction est parallèle à la tangente à l'orbite d'équilibre prise au même azimut que celui de la cible interne.

C - MECANISME DE L'INJECTION PROPREMENT DITE

Pour aborder le mécanisme de l'injection, on supposera tout d'abord que l'on n'applique aucune tension sur la cavité radio-fréquence et on commencera par ignorer le rayonnement synchrotron. Si ce rayonnement n'existait pas, toute particule sortant du convertisseur entreprendrait des oscillations bétatron radiales non amorties qui finiraient toujours par ramener la particule sur la cible dont elle est originaire (figure 6 A).

On calculera le nombre moyen de tours au bout duquel on perdrait ainsi chaque particule, en fonction des conditions initiales de l'oscillation bétatron radiale.

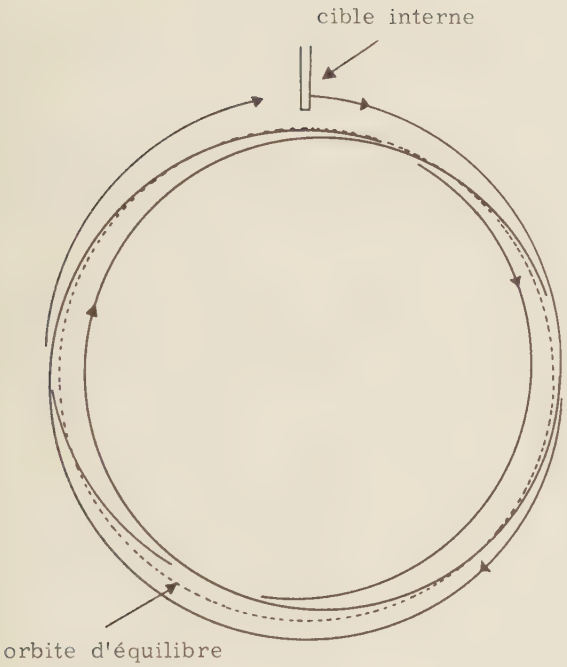


Figure 6 A - En trait plein : trajectoire d'un électron créé dans le convertisseur.
En pointillés : orbite d'équilibre (fermée) correspondant à l'énergie de l'électron créé.
Les oscillations bétatron radiales non amorties, telles qu'elles auraient lieu en absence de rayonnement synchrotron, font qu'inévitablement la particule revient frapper la cible dont elle est originaire.

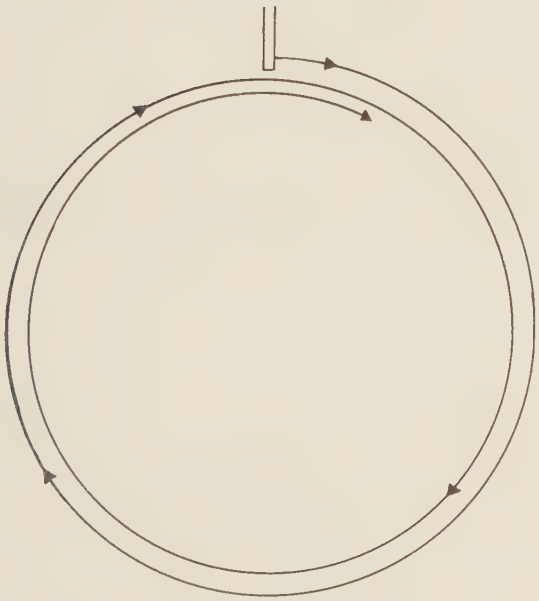


Figure 6 B - Le rayonnement synchrotron , lorsqu'il n'est pas compensé, fait spiraliser continûment la particule qui peut ainsi ne plus revenir frapper la cible.

Puis on tiendra compte du rayonnement synchrotron. Celui-ci fait que :

- les oscillations bétatron sont amorties,

- la particule perd peu à peu son énergie, le rayon moyen ρ de son orbite diminue progressivement, il y a spiralisation (cf. figure 6 B).

Dans la seconde partie de ce paragraphe, on étudiera le rôle de ces deux phénomènes tels qu'ils se développent en absence de champ dans la cavité radio-fréquence. On verra qu'ils permettent à une fraction des particules créées dans le convertisseur de ne jamais revenir frapper cette cible et on calculera l'acceptance de la machine dans ces conditions.

Cependant, il faut compenser les pertes dues au rayonnement synchrotron sinon la spiralisation ininterrompue ferait que les particules injectées seraient finalement toutes perdues contre la paroi intérieure de la chambre à vide. C'est le rôle du champ électrique de la cavité radio-fréquence. En présence de ce champ, les particules qui sont injectées ne spiralisent plus continûment mais ont une énergie qui oscille autour de la valeur E pour laquelle le champ magnétique d'AdA est réglé. Les oscillations en énergie entraînent des variations corrélatives du rayon moyen de l'orbite ; ces oscillations dites "synchrotron" sont prises en considération dans la troisième partie. On verra que dans ces conditions l'acceptance de la machine n'est pas aussi grande qu'en absence de tension radio-fréquence ; en particulier, seules les particules créées dans un domaine de phase radio-fréquence assez restreint peuvent être définitivement capturées.

C'est pourquoi, en pratique, on réduit l'amplitude de la tension radio-fréquence au moment de l'injection de manière à se placer autant que possible et aussi longtemps que possible dans les conditions d'injection sans tension radio-fréquence. La description de cette modulation fait l'objet de la quatrième partie de ce paragraphe.

1/ On suppose qu'il n'y a ni rayonnement synchrotron, ni champ radio-fréquence, et l'on se propose de calculer le nombre moyen de tours au bout duquel une particule créée revient frapper la cible interne.

Soient $\lambda\!\!\!^{-}_r$ la longueur d'onde réduite des oscillations bétatron radiales ($\lambda\!\!\!^{-}_r \sim 100$ cm), d la distance du bord de la cible interne à l'orbite d'équilibre correspondant à l'énergie de la particule considérée ($d \sim 1,5$ cm), δ la distance du point de sortie de la particule au bord de la cible ($\delta \sim 10^{-3}$ cm) et θ l'angle initial de la trajectoire avec l'orbite d'équilibre ($\theta \sim 10^{-3}$ rad). L'élongation des oscillations bétatron résultant de ces conditions initiales est (voir figure 7) :

$$r_b = \left(d + \delta + \frac{\theta^2 \lambda\!\!\!^{-2}_r}{2d}\right) \cos\left(\frac{s}{\lambda\!\!\!^{-}_r} + \varphi\right)$$

et la fraction de *tour* pendant laquelle on a $r_b > d$ est :

$$u = \frac{1}{\pi}\left(\frac{2\delta}{d} + \theta^2 \frac{\lambda\!\!\!^{-2}_r}{d^2}\right)^{1/2} = \frac{\sqrt{2}}{\pi}\sqrt{\frac{x_0}{d}}$$

où :

$$x_0 = \delta + \frac{\theta^2 \lambda\!\!\!^{-2}_r}{2d}$$

La somme $(x_0 + d)$ représente l'amplitude des oscillations bétatron.

Pour pouvoir calculer avec précision au bout de combien de tours une particule créée revient frapper la cible, il faudrait, compte tenu du fait que $x_0 \sim 10^{-3}$ cm, connaître le nombre d'onde bétatron radial ν_r avec trois ou quatre décimales car, alors, $u \sim 10^{-2}$. Sachant seulement que $\nu_r \approx 0,68$, on ne peut faire que des prédictions probabilistes simples(*). On admettra que le domaine de la phase φ à l'origine des oscillations bétatron est suffisamment large pour pouvoir considérer cette phase comme une variable aléatoire équipartie entre 0 et 2π. Dans ces conditions, la probabilité de perdre une particule par tour est u, nombre très petit devant l'unité pour les valeurs de x_0 qui seront retenues plus loin. A condition que ν_r ne soit pas extrêmement voisin d'une résonance -ce que l'on suppose- on a une bonne évaluation de la probabilité de n'avoir pas encore perdu une particule au nième tour en prenant $(I - u)^n$ et on admettra qu'une particule créée avec une amplitude d'oscillations bétatron $d + x_0$ est perdue, en moyenne, au bout de $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{d}{x_0}}$ tours.

2/ En réalité, le rayonnement synchrotron fait que :

- *les oscillations bétatron r_0 sont amorties ;*

- *la particule perd peu à peu son énergie, le rayon moyen ρ de son orbite diminue progressivement : il y a spiralisation.*

L'un ou l'autre de ces phénomènes peut permettre à la particule de ne pas revenir frapper la cible. Dans une machine à focalisation faible comme AdA, ces deux amortissements ont des constantes de temps voisines, d'ailleurs d'autant plus courtes que l'énergie d'injection est grande. Cependant, comme le premier amortissement joue sur une amplitude beaucoup plus petite que le second ($\rho >> d$), c'est la spiralisation qui joue le rôle essentiel en l'absence de tension sur la cavité radio-fréquence.

En tout cas, on voit, dès maintenant, que l'on a intérêt à injecter à haute énergie, de façon à ce que les constantes d'amortissements soient aussi élevées que possible.

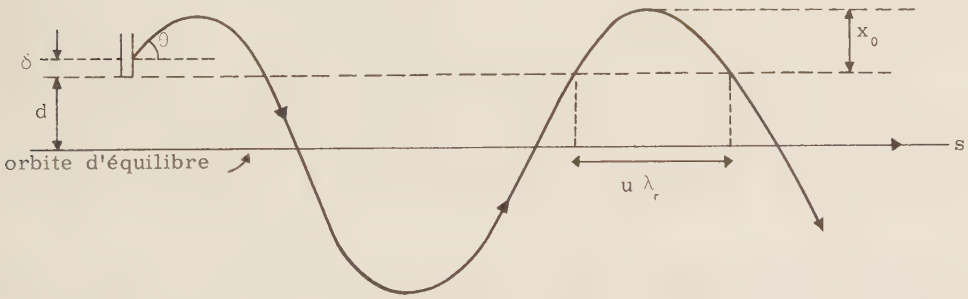


Figure 7 - Schéma des oscillations bétatron radiales qui suivent la création d'une particule (échelles *non* respectées).

(*) C. Bernardini m'a suggéré la façon de procéder qui suit.

A 200 MeV, le pas de spiralisation, par tour, est(*) :

$$\Delta\rho = \frac{1}{(1-n)}\,\rho_0\,\frac{\Delta E_\gamma}{E} = \frac{1}{0,45}\;58\;10^{4}\;\frac{200}{200\;10^{6}} = 1,3\,\mu$$

où ΔE_γ est la perte moyenne d'énergie par tour.

Ainsi, lorsqu'une particule créée effectue des oscillations bétatron d'amplitude initiale $d + x_0$, la probabilité pour que cette particule ne soit pas perdue au bout du premier tour est $[1 - u(x_0)]$; au bout du second tour, la probabilité pour qu'elle ne soit pas perdue est :

$$[1 - u(x_0)]\;[1 - u(x_0 - \Delta\rho)] \quad \text{et ainsi de suite ...}$$

On peut définir l'acceptance en x_0 de la machine comme étant la valeur de ce paramètre pour laquelle il y a une chance sur deux pour que la particule soit stockée, c'est-à-dire :

$$[1 - u(x_0)]\;[1 - u(x_0 - \Delta\rho)]\;[1 - u(x_0 - 2\Delta\rho)]\;[\ldots]\;[1] = \frac{1}{2}$$

Cette formule conduit à :

$$x_0^{3/2} = 0,735\,\pi\;\Delta\rho\;\sqrt{d}$$

En choisissant $d = 1,5$ cm, on trouve $x_0 \approx 50\,\mu$, soit une largeur efficace de la cible d'environ $25\,\mu$ et une acceptance angulaire d'environ $\pm 0,65\;10^{-3}$ rad.

3/ Lorsqu'on applique sur la cavité une tension radio-fréquence non modulée, les oscillations bétatron sont les mêmes que celles décrites plus haut, mais certaines particules effectuent des oscillations synchrotron stables amorties, au lieu de spiraliser continuellement.

Pour suivre l'évolution des oscillations synchrotron d'une particule, il est commode d'utiliser un diagramme dans lequel on porte en abscisse : la phase Φ de la tension radio-fréquence au moment du passage de la particule dans la cavité, et en ordonnée : la distance $\Delta\rho$ de l'orbite de la particule à l'orbite d'une particule dite "synchrone" (voir figure 8). On appelle ainsi une particule fictive qui rayonnerait l'énergie ΔE_γ par tour de façon continue et constante et qui, par conséquent, traverserait la cavité avec une phase constante Φ_s telle que $e\hat{V}\sin\Phi_s = \Delta E_\gamma$ ($\hat{V}$ est la valeur crête de la tension radio-fréquence). La distance $\Delta\rho$ est proportionnelle à la différence ΔE qui existe entre l'énergie de la particule considérée et celle d'une particule synchrone.

Sur un tel diagramme, le point représentatif d'une particule qui effectue des oscillations synchrotron stables décrit une courbe fermée telle que (F) lorsqu'on néglige l'amortissement de ces oscillations. On remarque en particulier que le rayon moyen de l'orbite oscille entre deux valeurs extrêmes : $R + \sigma_0'$ et $R - \sigma_0'$. Lorsqu'on tient compte de l'amortissement, l'amplitude des oscillations se réduit progressivement ; la courbe fermée (F) doit être rem-

---

(*) On trouvera dans le chapitre III le calcul explicite des diverses caractéristiques de machine dont on a besoin ici.

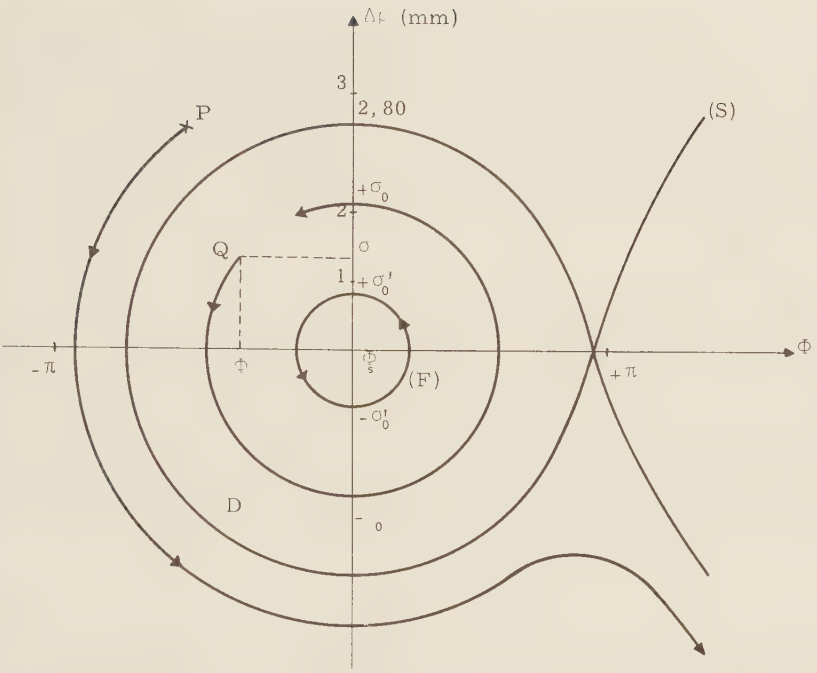


Figure 8 - Diagramme des oscillations synchrotron rapporté à des axes Φ, $\Delta\rho$.

La courbe (S) limite le domaine D des oscillations stables. (F) représente une telle oscillation stable, lorsqu'on néglige l'amortissement. Q représente une particule créée avec la phase Φ. Cette particule est susceptible d'être capturée alors que P est inévitablement perdue.

placée par une spirale. L'ensemble des courbes associées à des oscillations synchrotron stables est contenu dans un domaine D limité par la séparatrice (S). Dans le cas d'AdA, la tension crête utilisée habituellement est $\hat{V}$ = 5,5 kV, ce qui correspond à 25 fois l'énergie moyenne rayonnée par tour ΔE_γ, lorsque la machine est réglée pour 200 MeV. Il s'ensuit que le domaine de stabilité D est très large et Φ_s voisin de 2°5. La cavité a une acceptance centrale en énergie de ε_{RF} = 400 keV ; à la valeur ε_{RF} de ΔE correspond une orbite distante de 2,80 mm de l'orbite d'une particule synchrone.

Dans ce diagramme, les points représentant les particules créées dans la cible ont une densité uniforme, à très peu près. Les particules telles que P, auxquelles correspondent des points situés à l'extérieur du domaine de stabilité D, perdent peu à peu leur énergie, et finissent par frapper la paroi intérieure de la chambre à vide.

Les autres telles que Q entreprennent des oscillations synchrotron d'amplitudes σ_0 au plus égales à 2,80 mm. Ces oscillations amènent $\sigma(t)$ à un maximum toutes les 4 μs environ (la période des "petites oscillations" est 3,5 μs dans AdA). Entre deux maximums, c'est-à-dire en 4 μs, les oscillations bétatron r_b et les oscillations synchrotron σ se sont amorties de :

$$\Delta r_0 \approx d\,\frac{4}{\tau_r} \qquad \Delta\sigma_0 \approx \sigma_0\,\frac{4}{\tau_s}$$

où :

$$\tau_r = 2\ 10^{-2}\ s \qquad \tau_s = 1,5\ 10^{-2}\ s$$

On a évidemment intérêt à ce que ces deux amortissements Δr_0 et $\Delta \sigma_0$ soient aussi grands que possible puisqu'ils déterminent la vitesse avec laquelle les particules créées s'éloignent radialement de la cible. σ_0 est lié à la tension crête radio-fréquence et est au plus égal à 2,80 mm, mais on peut jouer sur d en éloignant le bord de la cible interne de l'orbite d'équilibre. L'expérience a montré que l'on n'a pas intérêt à l'éloigner de plus de 1,7 cm, probablement parce que les excursions d'orbites se font alors dans des régions de champ magnétique un peu défectueux. Pour d = 1,7 cm, on a $\Delta r_0 \approx 3,5\ \mu$.

On remarque que cet amortissement, commun à toutes les particules, est faible. Il s'ensuit qu'une particule telle que Q, dont l'élongation σ à l'origine diffère de plusieurs centaines de microns de son maximum ultérieur σ_0 sera sûrement perdue au cours des nombreuses futures oscillations synchroton qui ramèneront la particule vers la cible. Dans la suite, on ne s'intéressera plus qu'aux particules créées avec une phase voisine de Φ_s et $\sigma > 0$. Soit une telle particule, dont les oscillations sont déterminées par les conditions initiales : δ, θ, σ et σ_0 ; lorsque l'oscillation synchroton passe pour la première fois par le maximum σ_0, l'enveloppe de la trajectoire rencontre la cible à la profondeur (en négligeant le début d'amortissement) :

$$x_0 = \delta + \frac{\theta^2 \lambda_r^2}{2d} + \sigma_0 - \sigma$$

4 μs plus tard, au second passage de l'oscillation synchrotron par un maximum, cette profondeur ne sera plus que $(x_0 - 3,5)\mu$, et ainsi de suite sera réduite de $3,5\mu$ à chaque période synchrotron. Une analyse tout à fait analogue à celle qui précède montre que pour σ_0 donné, l'acceptance en x_0 de la machine est approximativement(*) :

$$x_0 = 3,9\ \sigma_0^{1/4} \qquad (\sigma_0 \text{ et } x_0 \text{ en } \mu)$$

On voit que l'acceptance varie très lentement en fonction de l'amplitude des oscillations synchrotron.

Pour les particules créées avec $\delta = 0$ et $\theta = 0$, cela correspond à une acceptance maximale en phase de la cavité radio-fréquence :

$$\Phi = \pm 2,4\ 10^{-3}\ \sigma_0^{5/8} \qquad (\Phi \text{ rad}, \sigma_0 \text{ micron})$$

L'*allure* du domaine d'acceptance maximale en phase est montré sur la figure 9.

La largeur moyenne de ce domaine est environ 30°.

L'acceptance en x_0 détermine aussi la largeur utile de la cible interne et l'acceptance angulaire dans le plan horizontal en fonction de σ_0. Les valeurs moyennes de ces deux quantités sont respectivement 12μ et $\pm 0,5\ 10^{-3}$ rad.

Des expériences faites avec une cible interne mobile ont montré que l'orientation du bord de la cible ne joue pas un rôle important sur l'efficacité d'injection ; cependant le point d'impact du faisceau de l'accélérateur doit

---

(*) Cette formule n'est pas valable pour les petites valeurs de σ_0. Lorsque $\sigma_0 \longrightarrow 0$, $x_0 \longrightarrow 2,3\mu$ ainsi que le montre l'étude directe de l'amortissement des oscillations bétatron en absence d'oscillations synchrotron.

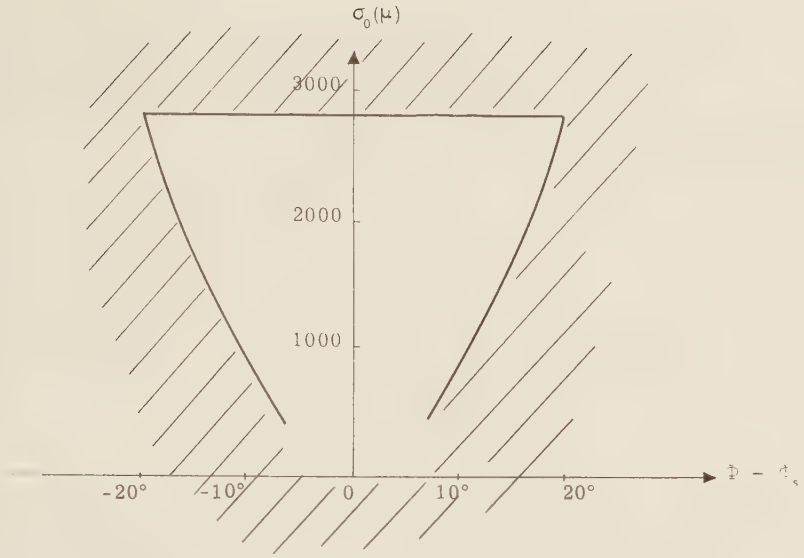


Figure 9 - Acceptance maximale en phase, en fonction de l'amplitude σ_0 des oscillations synchrotron.

être déplacé en fonction de l'orientation du bord de la cible pour obtenir le rendement maximum. Ce fait indique que, selon la géométrie, n'importe quelle portion du bord de la cible interne peut aussi bien jouer le rôle de convertisseur ; il est donc probable que la hauteur de la zone utile n'est pas très réduite. Faute de meilleure information, on la prendra égale à 3 mm dans le calcul du rendement global. Quant à l'acceptance angulaire dans le plan vertical, elle est déterminée par la hauteur de la chambre à vide et la longueur d'onde des oscillations bétatron verticales.

Le tableau suivant rassemble les divers facteurs déterminant l'efficacité d'injection :

rendement des deux cibles :	$\frac{d^3 n}{dE\ dS\ d\theta} = 3{,}2\ 10^{-3}$ MeV^{-1}	cm^{-2} rad^{-1}
surface utile du convertisseur :	$0{,}3 \times 10^{-3}$	cm^2
acceptance angulaire horizontale :	$\pm 0{,}5\ 10^{-3}$	rad
acceptance angulaire verticale :	$\pm 20\ 10^{-3}$	rad
acceptance en énergie :	0,4	MeV
acceptance en phase :	15	degrés

On en déduit *l'ordre de grandeur* du rendement de l'injection en absence de modulation de la tension radio-fréquence :

un électron incident $\longrightarrow 4\ 10^{-11}$ e^+ (ou e^-) injecté.

Résultats expérimentaux : avec la première chambre à vide, le rendement sans modulation, toutes optimisations faites, était environ $5\ 10^{-11}$. Avec la deuxième chambre à vide, dont l'acceptance angulaire verticale était un peu plus réduite, l'efficacité d'injection s'est révélée 4 fois plus réduite.

4/ Modulation de la tension radio-fréquence. Le principe de ce type d'injection consiste à réduire autant que possible la tension radio-fréquence au moment de la création des positrons (ou des électrons) -c'est-à-dire de l'impulsion de l'accélérateur- pour ne la rétablir que quelques dizaines de microsecondes plus tard, lorsque les particules ont suffisamment spiralisé pour éviter le bord de la cible (voir schéma 10).

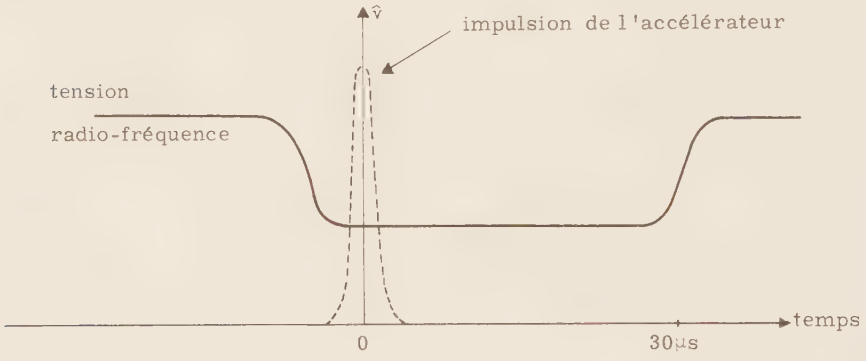


Schéma 10 - Position dans le temps de la modulation de la tension radio-fréquence par rapport à l'impulsion de l'accélérateur linéaire.

On a vu plus haut que si l'on annulait complètement la tension radio-fréquence, le pas de spiralisation serait de 1,3µ par tour. En rétablissant la tension environ 30 µs après le début de cette spiralisation, on capture toutes les particules qui se trouvent alors dans D. En fait, la présence de particules déjà stockées interdit de couper complètement la tension radio-fréquence : empiriquement on a trouvé qu'une modulation d'à peu près 50 %, réduisant la tension crête à 2,4 kV environ, était optimale. Une telle modulation ne détériore pas sensiblement la durée de vie des particules stockées. Cependant cette tension est encore d'un ordre de grandeur supérieur à l'énergie rayonnée par tour : durant la modulation, les particules qui seront capturées ne reçoivent pas d'énergie en moyenne de la cavité radio-fréquence, mais effectuent des oscillations synchrotron non stables (voir figure 11).

On a souvent observé que l'injection était meilleure lorsque le déclenchement de la modulation coïncidait avec l'impulsion de l'accélérateur linéaire. L'explication est peut-être celle-ci : au moment de l'impulsion de l'accélérateur, les particules créées avec une phase négative sont fortement décélérées par le champ radio-fréquence, et par conséquent s'éloignent rapidement du bord de la cible ; lorsque 4 µ s plus tard l'oscillation synchrotron les ramène vers la cible, la tension radio-fréquence a été réduite de moitié: elles ne reviennent donc plus aussi loin.

La modulation de la tension radio-fréquence augmente le rendement d'injection par un facteur compris entre 25 et 30.

Habituellement, après un bon réglage de l'accélérateur linéaire -réglage qui prend une à deux heures- on peut disposer d'une intensité moyenne d'environ 0,5µA pendant plusieurs heures (les fentes d'analyse en énergie étant grandes ouvertes). Vu le rendement de l'injection, on stocke 4 300 électrons (ou positrons) par seconde avec un tel faisceau. Il faut attendre environ quatre minutes pour en avoir un million. La figure 12 montre un exemple de charge

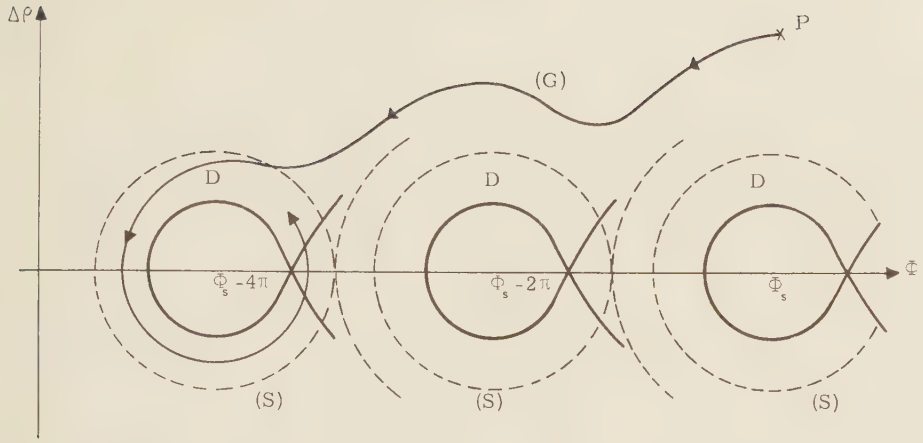


Figure 11 - Schéma de principe de l'injection avec modulation de la tension radio-fréquence.
En trait plein : domaine de stabilité lorsque la tension crête $\hat{V}$ est réduite de moitié.
En pointillés : domaine de stabilité lorsque la cavité marche à pleine puissance.
La rapide augmentation du domaine de stabilité D permet de capturer la particule dont le point représentatif P décrit la courbe (G).

avec un bon faisceau de l'accélérateur. On voit comment diminue le nombre de positrons antérieurement stockés au fur et à mesure que l'on injecte les électrons et comment varie le paramètre essentiel de la charge, le produit $N^+ N^-$ en unités 10^{14}. Le remplissage d'AdA jusqu'à $N^+ N^- \approx 4\ 10^{14}$ est une opération qui dure habituellement de 5 à 7 heures.

D - UTILISATION D'UNE BOBINE DE COUPLAGE

On remarque sur la figure 12 la saturation de plus en plus prononcée que présente la charge des électrons après $20\ 10^6$ e^-. On verra dans le chapitre V que la durée de vie des particules stockées varie en gros comme N^{-1} pour $N > 2\ 10^7$. Lorsque $N = 3\ 10^7$, on a $\tau \approx 3,5$ h pour $E = 200$ MeV ; le nombre de particules perdues par seconde est donc 2 400, qui est loin d'être négligeable vis-à-vis du nombre de particules injectées pendant le même temps.

Pour y remédier, les oscillations bétatron radiales et verticales sont constamment couplées durant l'injection à l'aide d'un petit quadrupôle orienté à 45°. On verra (cf. chapitre V § C) que ce couplage permet d'améliorer les durées de vie par un facteur 2,5 ce qui élimine dans une large mesure les inconvénients de la saturation signalée plus haut.

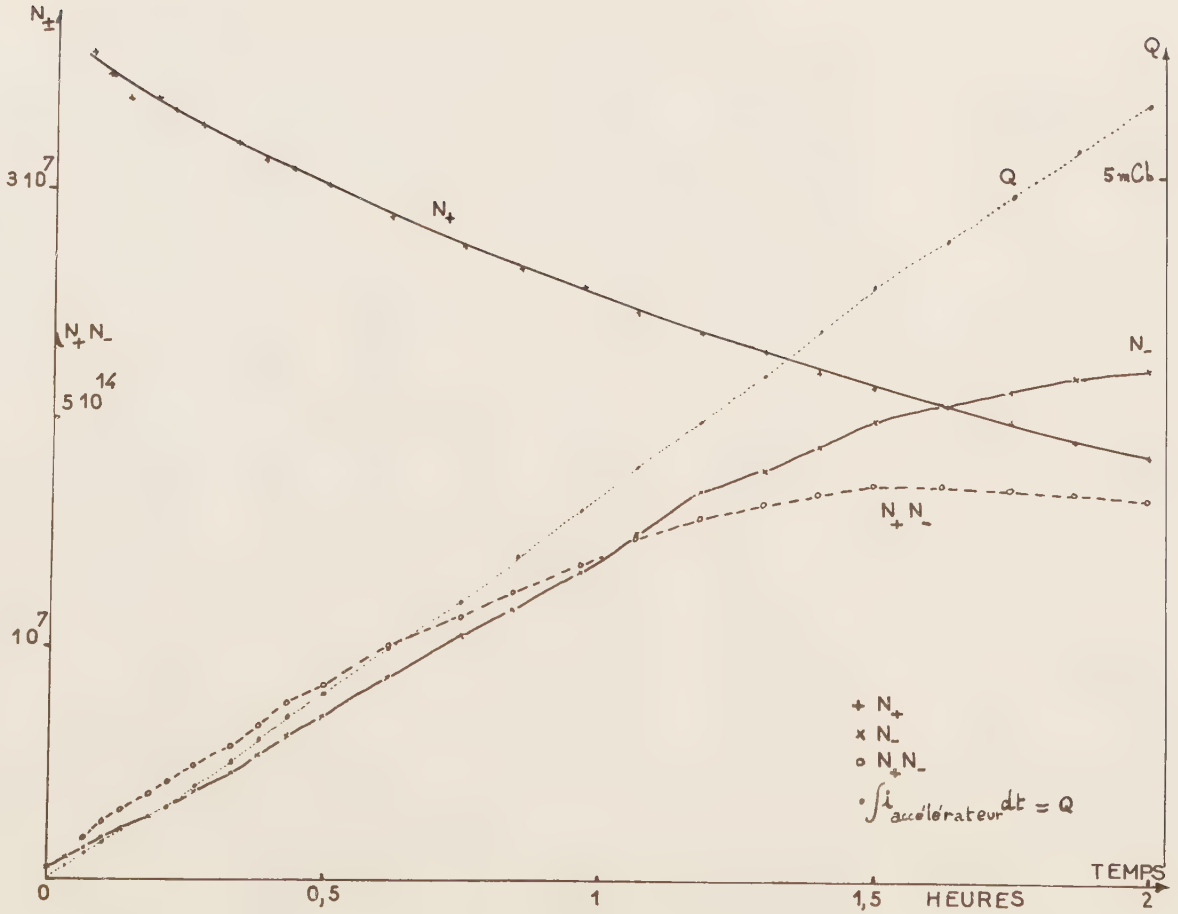


Figure 12 - Exemple de charge (en absence de couplage).

III - CARACTÉRISTIQUES DE L'ORBITE ET DES FAISCEAUX

La structure mécanique de l'aimant d'AdA est symétrique par rapport à un plan horizontal équidistant des pièces polaires. Il en résulte, qu'aux défauts près, le plan de l'orbite d'équilibre est un plan de symétrie pour le champ magnétique. Dans ces conditions, on peut faire tous les calculs d'orbite au premier ordre à partir des fonctions B(s) et $\frac{\partial B}{\partial r}$ (s) prises sur l'orbite d'équilibre - ou dans son voisinage immédiat. Les mesures magnétiques décrites au chapitre I § A permettent de tracer ces fonctions, ou, ce qui est équivalent, les fonctions B(s) et n(s) (figure 13a).

A partir de ces fonctions on peut préciser la forme exacte de l'orbite d'équilibre (fermée), puis on peut analyser les oscillations bétatron d'une particule dont la trajectoire s'écarte un peu de cette orbite fermée. Il est commode d'utiliser pour cela un formalisme matriciel. En particulier, on peut prévoir avec précision les fréquences de ces oscillations, fréquences qu'il est facile de mesurer lorsqu'on dispose d'électrodes à l'intérieur de la chambre à vide.

Des fonctions B(s) et n(s), on déduit aussi le coefficient de compression des quantités de mouvement α, puis les constantes d'amortissement des divers types d'oscillations en fonction de l'énergie E des particules stockées. Finalement, on calcule la fréquence des oscillations synchrotron et les dimensions des paquets de particules en fonction de E et $\hat{V}$, tension crête de la cavité radio-fréquence. Ces quantités ont été soumises au contrôle de l'expérience.

En absence de défauts de champ magnétique, la théorie prévoit que dans AdA, à 200 MeV, la largeur radiale des faisceaux est 10^3 fois plus grande que leur hauteur. On conçoit donc que de petits défauts de champ, tels qu'ils peuvent apparaître dans les sections quasi droites ou règne un champ de fuite important, sont susceptibles de coupler les oscillations bétatron radiales et verticales et augmenter ainsi très sensiblement la hauteur des faisceaux. On verra que c'est effectivement le cas pour AdA.

Dans certaines conditions expérimentales, il peut être extrêmement avantageux de pouvoir faire varier à volonté la hauteur des faisceaux en introduisant "artificiellement" un couplage supplémentaire à l'aide d'un quadrupôle tourné à 45°. Un tel couplage ne peut cependant pas être rendu arbitrairement fort car il entraîne une variation des nombres d'onde ν_r et ν_z ; en faisant varier la force du couplage, on est conduit tôt ou tard à traverser une résonance et l'on risque de perdre alors les particules stockées en partie ou

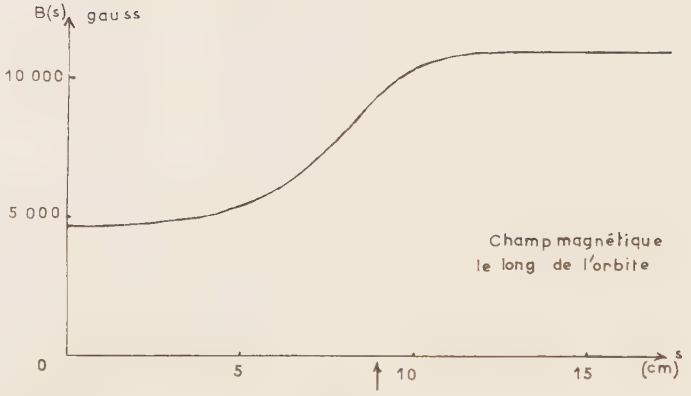


Figure 13 a

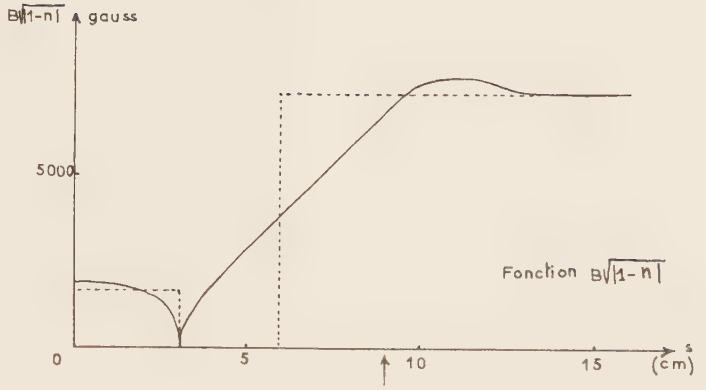
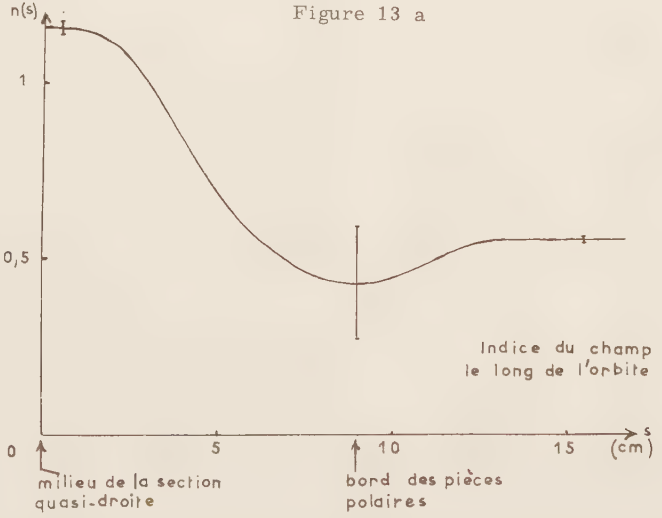
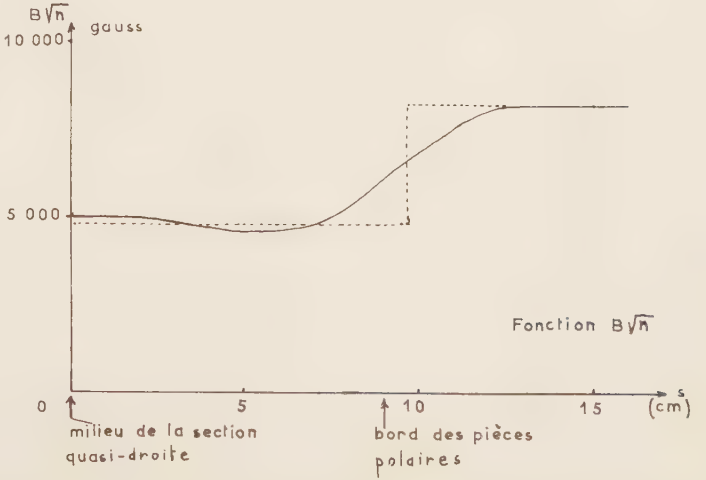


Figure 13 b





en totalité. Certains aspects de ce problème sont étudiés aussi dans ce chapitre.

Pour tous les calculs qui introduisent comme paramètre l'énergie E des particules stockées, on a fait les applications numériques pour E = 195 MeV, qui, ainsi qu'on le verra, est l'énergie correspondant à une intensité de 707 A circulant dans l'aimant d'AdA. Il se trouve que c'était là le point habituel de fonctionnement de l'anneau.

A - PROPRIETES DE L'ORBITE

L'orbite d'équilibre : la longueur de l'orbite d'équilibre est imposée par la fréquence de résonance de la cavité radio-fréquence.

$$L = \frac{kc}{f} = \frac{2 \times 2,998\ 10^{10}}{147,2\ 10^{6}} = 407,3 \text{ cm}$$

k est l'ordre de l'harmonique de la tension radio-fréquence comparée à la fréquence de révolution des particules sur leur orbite. Etant donnée la structure de l'aimant, il en résulte que l'orbite d'équilibre est, dans les sections courbes, à une distance moyenne de 58 cm des centres de courbure de ces sections.

On a vu (chapitre I) que les pièces polaires des quadrants ont été raccourcies pour tenir compte du champ résiduel dans les sections quasi-droites. Le premier problème qui se pose est le suivant : cette correction est-elle convenable, c'est-à-dire, assure-t-elle que l'orbite d'équilibre soit effectivement constituée d'arcs de cercle, de rayon 58 cm, dans les sections courbes ? Soit B_0 le champ magnétique sur ces arcs, B(s) le champ le long de l'orbite présumée (B(s) = B_0 dans les sections courbes). On aimerait avoir :

$$\int_{\text{orbite présumée}} B\, ds = 2\pi B_0 \rho_0 \qquad \text{où} \qquad \rho_0 = 58 \text{ cm}$$

Or, d'après les mesures de B(s) (voir figure 13a), on a, en fait (pour I = 707 A) :

$B_0 = 11\,000$ gauss et $\int B\, ds = 4,09\ 10^{6} = 2\pi \times B_0 \times \rho_0 \times 1,02$ gauss. cm

Dans les sections courbes, l'orbite d'équilibre ne suit donc pas exactement les rayons moyens des pièces polaires (58 cm) : elle ondule autour de ces arcs de telle sorte qu'en fait son rayon de courbure moyen vaut 58 x 1,02 cm, l'orbite vraie ayant évidemment la même longueur que l'orbite présumée. L'écart entre l'orbite vraie et l'orbite espérée est maximal sur chaque axe de symétrie de la structure magnétique ; il est alors de 1,7 mm environ.

Il en résulte que l'énergie des particules stockées est :

$$E = 300 \times B_0 \times 58 \times 1,02 \qquad (E \text{ en eV}, B_0 \text{ en gauss})$$

soit 195 MeV pour I = 707 A. L'incertitude sur ce nombre est la même que celle portant sur la valeur absolue du champ magnétique, soit 1 %.

Matrices de transfert et nombres d'onde bétatron : les oscillations bétatron verticales et horizontales sont régies par les matrices de transfert permettant, pour chacun de ces types d'oscillations, de passer de l'état vibratoire (élongation et dérivée) en s à celui en s + L. La stabilité des oscillations dépend étroitement des propriétés de ces matrices, dont les éléments se calculent à partir des fonctions :

$$\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} = \frac{\sqrt{(1-n)}B}{\rho B} = \frac{\sqrt{(1-n)}B}{(1{,}02\ \rho_0\ B_0)} \qquad \text{et} \qquad \frac{\sqrt{n}}{\rho} = \frac{\sqrt{n}B}{(1{,}02\ \rho_0\ B_0)}$$

On a explicité les valeurs de ces fonctions en supposant qu'elles sont constantes par morceaux (figure 13 b). Malheureusement la fonction n(s) n'est pas connue avec précision dans les régions de transition entre les sections courbes et les sections quasi-droites ; on a utilisé un tracé approximatif dans ces régions dont l'étendue est relativement réduite. Les matrices calculées à partir de ces fonctions sont les suivantes :

$$H = \begin{pmatrix} -0{,}388 & -84{,}9\ \text{cm} \\ 10^{-2}\ \text{cm}^{-1} & -0{,}388 \end{pmatrix} \qquad V = \begin{pmatrix} 0{,}065 & -82{,}7\ \text{cm} \\ 1{,}205\ 10^{-2}\ \text{cm}^{-1} & 0{,}065 \end{pmatrix}$$

On en déduit, en particulier, des prédictions théoriques pour les nombres d'onde bétatron :

$$\nu_r = 0{,}687 \pm 0{,}017 \qquad \nu_z = 0{,}760 \pm 0{,}016$$

Les plages d'incertitude données résultent essentiellement de celle portant sur la fonction n(s).

Ces valeurs calculées ont été soumises au contrôle de l'expérience. On peut en effet les obtenir en mettant en résonance l'oscillation bétatron avec l'excitation constituée par un signal de fréquence variable appliqué à l'un des fils montés à l'intérieur de la chambre à vide (cf. chapitre I § B). Les oscillations verticales ou radiales induites par un signal de 1 volt étaient observées soit directement à l'oeil nu, à travers un hublot, soit à l'aide d'un photomultiplicateur détectant la lumière synchrotron. Pour ces mesures, l'énergie des particules stockées a été réduite à 120 MeV pour diminuer leur rigidité et surtout pour réduire les coefficients d'amortissement. Puisque dans un tour de longueur L, il y a ν longueurs d'onde, la fréquence des oscillations bétatron est $\frac{\nu c}{L}$ de sorte que, si y est la fréquence de la tension d'excitation, la condition de résonance est $y = \frac{\nu c}{L} = \nu x$ où $x = \frac{c}{L}$ est la fréquence de révolution des électrons. On a ainsi obtenu expérimentalement :

$$0{,}678 < \nu_r < 0{,}679 \qquad \text{et} \qquad 0{,}764 < \nu_z < 0{,}765$$

Pour chaque nombre d'onde, les plages de valeurs indiquent, non pas l'incertitude sur les mesures de fréquences, mais approximativement la largeur réelle des bandes de fréquences pour lesquelles les oscillations excitées avaient de grandes amplitudes. L'observation directe a montré que, dans les conditions décrites plus haut, les oscillations verticales induites étaient de quelques millimètres, alors que les oscillations radiales étaient de l'ordre du centimètre ; ces dernières entraînaient la perte d'une fraction notable des particules stockées.

On voit que l'on a un bon accord entre les valeurs calculées pour les nombres d'onde et les valeurs mesurées.

En fait, par suite du repliement cyclique de l'abscisse curviligne s sur une trajectoire fermée de longueur L, parcourue en un temps $t_s = \frac{1}{x}$, la force subie par les électrons est de la forme :

$$\sum_{p=-\infty}^{\infty} \cos\,[2\pi\,(y + px)\,t]$$

où p est un entier $\gtrless 0$. Son spectre comprend toutes les fréquences de battement entre la fréquence y de la tension appliquée et les harmoniques px de la fréquence de révolution des électrons. Il suffit, pour qu'il y ait résonance, que l'une de ces fréquences soit égale à la fréquence bétatron νx ; ceci conduit à élargir la condition de résonance sous la forme(*).

$$|\,y + px\,| = \nu x \qquad \text{soit} \quad y = x\,|\nu + p| \qquad \text{où p est un entier} \gtrless 0$$

On a cherché à mettre en évidence ce spectre de fréquences en appliquant une tension alternative d'un volt sur l'une des 2 plaques de 14×8 cm^2 situées dans une section droite. La hauteur du faisceau était observée à l'oeil nu. A 135 MeV, seule la résonance p = 0 correspondant à y = 56,2 MHz était visible, mais en réduisant l'énergie des particules stockées à 75 MeV, on a pu observer les résonances correspondant à p = 1, p = -1 et p = -2. Aucune adaptation de l'électrode n'était faite au signal haute fréquence qui lui était appliqué et par conséquent le champ effectivement vu par le faisceau pouvait être nettement inférieur à 0,25 V cm^{-1}.

Couplage des oscillations bétatron radiales et verticales : Il est souhaitable, dans certaines conditions (cf. chapitre II § D, chapitre V § C, chapitre VI § C (expériences de contrôle)), de pouvoir augmenter la section du faisceau en faisant croitre l'amplitude des oscillations bétatron verticales (qui "naturellement" seraient de l'ordre du micron) par un couplage avec les oscillations radiales (environ 1 000 fois plus grandes en l'absence de couplage). A cette fin, une petite bobine a été installée dans l'une des sections quasi-droites de l'anneau pour créér un champ à peu près quadrupolaire sur une longueur d'orbite de 15 cm. Cette bobine est équivalente à un quadrupôle orienté à 45° (voir figure 14).

Elle couple donc les oscillations radiales et verticales. La présence de ce quadrupôle modifie les nombres d'onde ν_r et ν_z. Ces modifications peuvent rapprocher les conditions de fonctionnement de résonances du type $n_1 \nu_r + n_2 \nu_z = n_3$ (n : entiers) et comme on le verra, conduire à la traversée des zones d'instabilités associées à de telles résonances. Aussi a-t-il paru intéressant d'étudier systématiquement les modifications de ν_r et ν_z qu'entraîne un tel couplage, en liaison avec l'existence de ces résonances.

Le gradient créé par la bobine dans le plan de l'orbite d'équilibre est au maximum de 120 gauss/cm. A ce gradient correspond une convergence maximale δ de la lentille équivalente telle que :

$$|\,\delta\,| = 0,495\,\frac{1}{E} \qquad (\delta \text{ en cm}^{-1} \text{ et E en MeV})$$

(*) Je remercie Mr H. Zyngier de me l'avoir fait remarquer.

En présence de ce quadrupôle, la matrice de transfert sur un tour est égale à :

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2\varepsilon\delta & 1 & -\delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\delta & 0 & -2\varepsilon\delta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H & O \\ O & V \end{pmatrix}$$

où ε est l'angle entre l'orientation souhaitée (45°) et l'orientation réelle du quadrupôle.

Les valeurs propres de la matrice T peuvent être calculées exactement sans difficulté (E.D. Courant et H.S. Snyder [9]). On trouve :

$$\cos 2\pi\nu = -0,173 - 0,21\ \varepsilon\delta \pm \frac{1}{2}\left[(0,525 + 165\ \varepsilon\delta)^2 + 6,84\ 10^3\ \delta^2\right]^{1/2} \qquad (1)$$

le signe + étant associé à ν_z, le signe - à ν_r.

Pour ces calculs, on a utilisé les nombres d'onde ν_r et ν_z *mesurés* pour $\delta = 0$ et les fonctions amplitude que l'on déduit des matrices numériques H et V données plus haut :

$$\nu_r = 0,6783 \qquad \nu_z = 0,7644 \qquad \beta_r = 92,1 \text{ cm} \qquad \beta_z = 82,9 \text{ cm}$$

Lorsque le couplage n'est pas très fort ($|\delta| \ll 10^{-2}$ cm^{-1} et $|\varepsilon\delta| \ll 2\ 10^{-3}$ cm^{-1}), on trouve :

$$\Delta\nu_r = -14,7\varepsilon\delta - 5,76\ 10^2\ \delta^2 \qquad (2)$$

$$\Delta\nu_z = 13,2\varepsilon\delta + 5,2\ 10^2\ \delta^2 \qquad (3)$$

On voit que $\Delta\nu$ est indépendant du sens du courant dans la bobine dans la mesure où elle est bien orientée ($\varepsilon = 0$), mais on vérifie que les déplacements des nombres d'onde sont très sensibles à une mauvaise orientation du quadrupôle.

On a mesuré les variations des nombres d'onde ν_r et ν_z pour des valeurs de δ^2 comprises entre 0 et $(3,95\ 10^{-3})^2$ cm^{-2}. Les résultats de ces

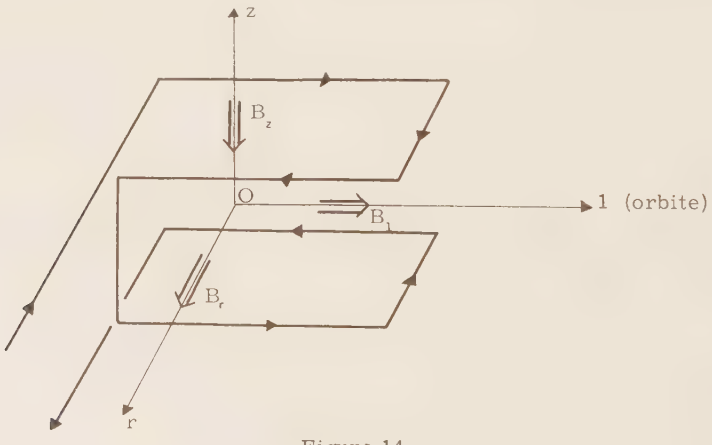
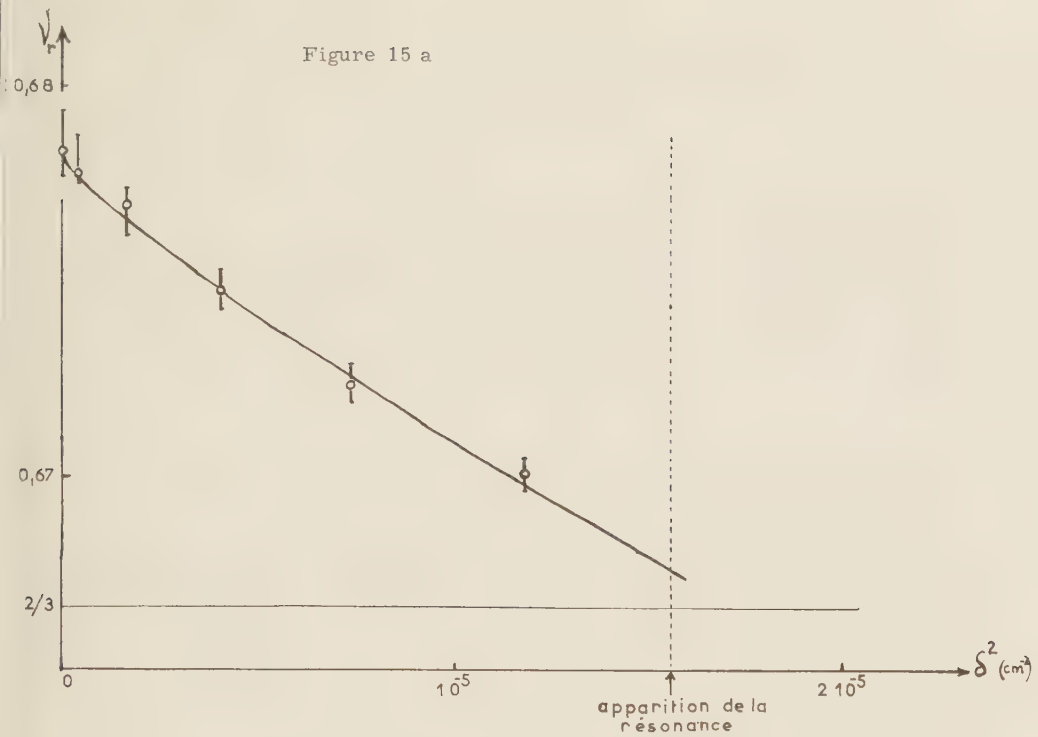


Figure 14

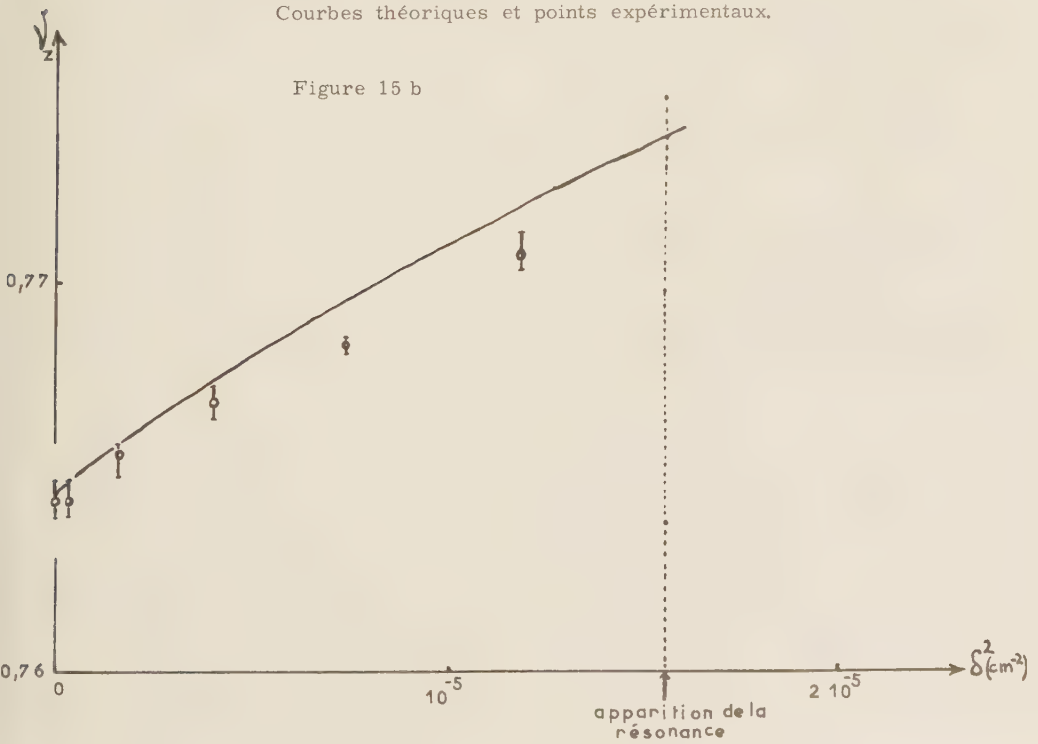
Figure 15 a



Variations des nombres d'onde en présence de couplage.

Courbes théoriques et points expérimentaux.

Figure 15 b



mesures sont comparés aux prédictions que l'on peut faire à l'aide de l'équation (1) où l'on a fait :

$$\varepsilon = + 45 \text{ mrad} \qquad \text{(figure 15)}$$

On ne peut guère s'attendre à un meilleur accord si l'on se rappelle que le champ créé par la bobine diffère notablement de celui d'un quadrupôle parfait.

On remarque surtout que les changements de nombres d'onde sont petits dans le domaine des valeurs de δ facilement accessibles. Cependant, si l'on se reporte au diagramme des résonances en ν_r et ν_z (figure 16), on voit que ces faibles variations $\Delta\nu_r$ et $\Delta\nu_z$ sont suffisantes pour que l'on atteigne les résonances :

$$3\nu_z + \nu_r = 3 \qquad \text{et} \qquad 3\nu_r = 2$$

Ces résonances sont extrêmement voisines l'une de l'autre. La seconde a été bien observée et il semble que la résonance quadratique l'ait été aussi.

Résonances : lorsque l'on augmente la convergence δ de la bobine (soit en faisant croître le courant qui la traverse, soit en réduisant l'énergie des particules stockées), on atteint une zone d'instabilité où les amplitudes des oscillations bétatron atteignent plusieurs centimètres. La largeur de cette

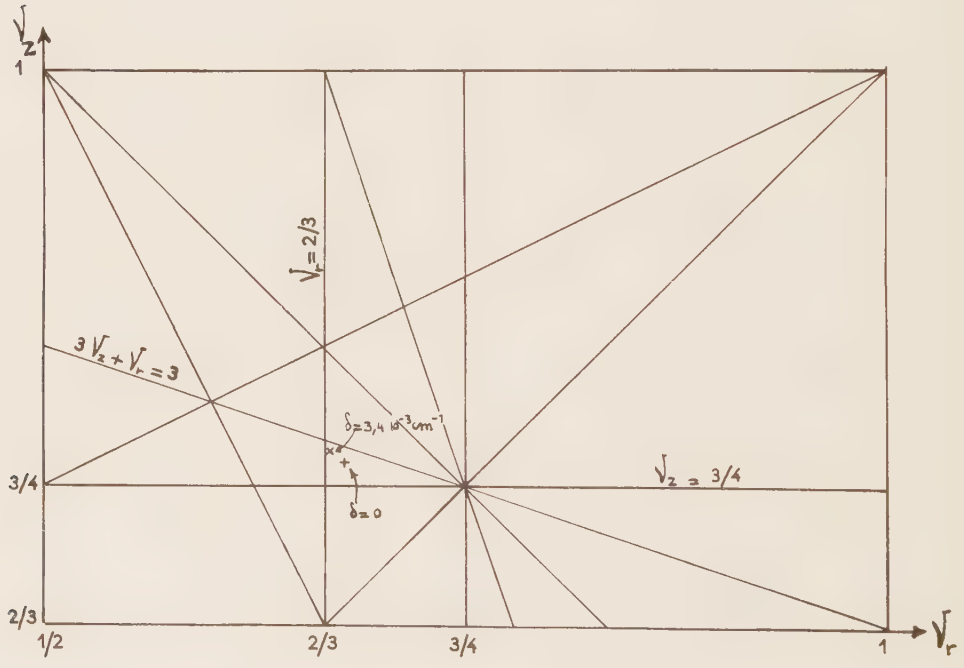


Figure 16 - Deux points de fonctionnement dans le diagramme ν_r, ν_z
+ sans couplage ($\delta = 0$)
× avec couplage entre oscillations bétatron ($\delta = 3{,}4\ 10^{-3}\ cm^{-1}$)
Réseau des résonances.

zone d'instabilité, sa position exacte, l'évolution du faisceau -telle qu'on la voit à l'aide de la lumière synchrotron- lorsqu'on la traverse, dépendent du signe de δ, de son sens de variation (selon que l'on aborde les résonances par valeurs inférieures ou supérieures) et évidemment de la vitesse avec laquelle δ varie.

Le fait que la position de la résonance dépend du sens du courant dans la petite bobine a sûrement pour origine une orientation imparfaite, et peut-être pas très fixe, du quadrupôle. Par ailleurs, si l'on traverse la zone d'instabilité en faisant varier l'intensité du courant I circulant dans l'aimant d'AdA, les phénomènes d'hystérésis jouent un rôle qui semble important.

Le fait que l'évolution du faisceau change selon la façon dont on traverse la région d'instabilité est probablement dû au voisinage des deux résonances : $\nu_r = \frac{2}{3}$ et $3\nu_z + \nu_r = 3$.

Les observations qui semblent les plus intéressantes sont les suivantes :

1/ au fur et à mesure que δ croît, c'est-à-dire au fur et à mesure que le couplage entre oscillations bétatron radiales et verticales devient plus fort, la section du faisceau qui, à l'origine, ($\delta = 0$) a l'aspect d'une lentille extrêmement plate, devient plus épaisse et se présente comme une ellipse dont les axes sont dans le rapport 2 environ (voir photographies 1 et 2). De plus, les axes de cette ellipse s'inclinent progressivement jusqu'à une valeur voisine de $\alpha = 25°$.

2/ dans certains cas, lorsque δ croît, une petite fraction du faisceau commence à effectuer des oscillations de quelques millimètres (photographie 3), puis cette première résonance cesse ; une deuxième apparaît ensuite dans laquelle toutes les particules effectuent des oscillations de plusieurs centimètres (photographies 4, 5, 6 et 7). Ceci semble indiquer que, dans ces conditions, on traverse d'abord la résonance $3\nu_z + \nu_r = 3$ puis la résonance $3\nu_r = 2$.

3/ toutes ces oscillations de grande amplitude se font suivant un angle d'environ 24° (photographie 7). Cet angle change de signe avec δ.

4/ dans certains cas, après la traversée de la résonance, les particules forment plusieurs faisceaux : une fraction constitue le faisceau normal, une autre forme 3 faisceaux secondaires (ou un faisceau secondaire dont l'orbite ne se referme qu'en 3 tours) (photographies 8 et 9). Ces faisceaux s'écartent peu à peu du faisceau normal, au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la résonance (photographie 10) ; la durée de vie des particules appartenant à ces faisceaux secondaires est de quelques secondes.

5/ la fraction des particules perdue au cours de la traversée de cette zone d'instabilité varie de quelques % à la quasi totalité suivant les cas. Dans certaines conditions, il a été possible de ne rien perdre, ce qui a permis de faire des mesures de durée de vie au-delà des résonances avec un nombre élevé de particules (voir chapitre V, fin du § C).

Les photographies ont été prises avec des particules d'énergie 60 MeV. Les oscillations de grande amplitude apparaissaient lorsque le petit quadrupôle avait une distance focale voisine de 170 cm.

Suivant l'étude théorique de G. Leleux [10], toutes les oscillations bétatron r(s) et z(s) qu'effectuent les particules peuvent être analysées à l'aide de deux paires de fonctions propres R_1, S_1 et R_2, S_2.

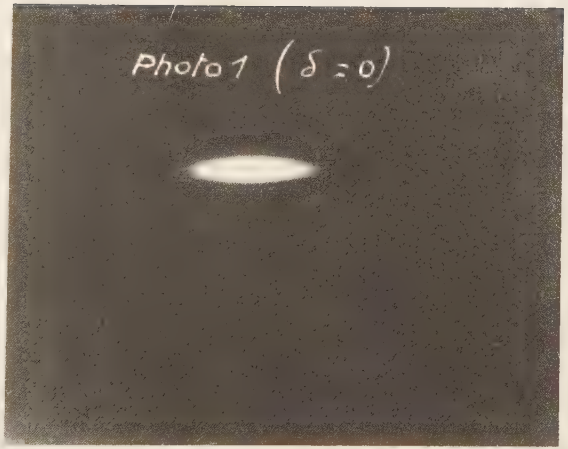


Photo 1 (δ = 0)

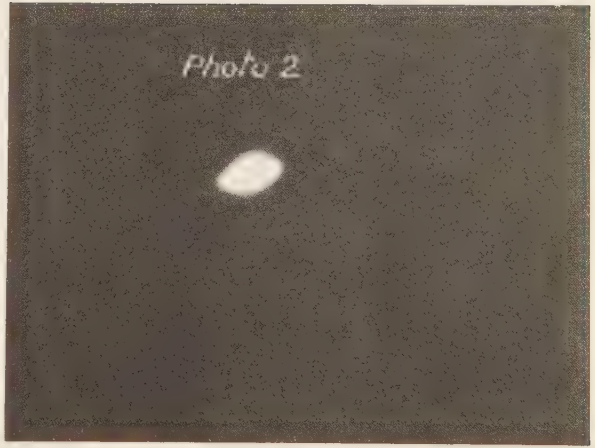


Photo 2

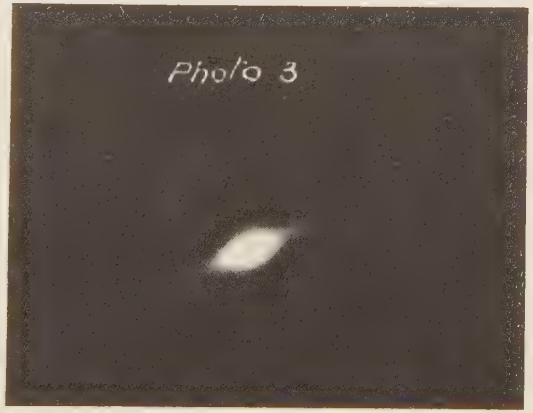


Photo 3

Photo 4

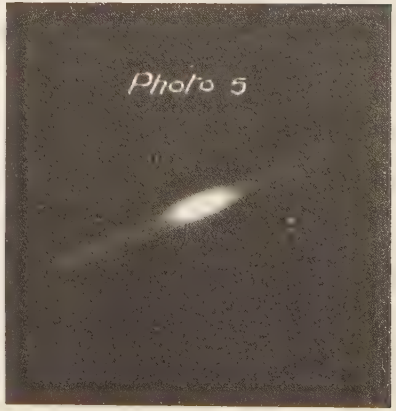


Photo 5

Photo 6

Photo 7

Photo 8

Photo 9

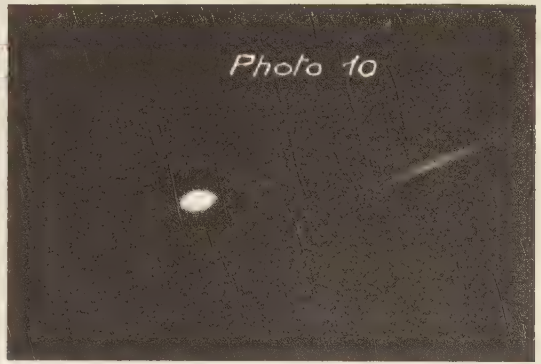


Photo 10

$$r(s) = \text{Partie réelle } [A_1 R_1 + A_2 R_2]$$
$$z(s) = \text{Partie réelle } [A_1 S_1 + A_2 S_2]$$

où A_1 et A_2 sont deux constantes complexes arbitraires. Les couples R_i et S_i forment deux paires de solutions propres de la matrice de transfert sur un tour en présence de couplage. A chacune de ces paires correspond un nombre d'onde, ν_r et ν_z respectivement.

A la résonance, ν_r prend la valeur 2/3 ; l'excitation des oscillations bétatron est alors telle que :

$$|A_1| \gg |A_2|$$

et l'on a :

$$r(s) \approx \text{Re } [A_1 R_1]$$
$$z(s) \approx \text{Re } [A_1 S_1]$$

G. Leleux a montré [11] que dans ces conditions les axes du faisceau tournent d'un angle α qui peut dépendre de l'azimut s. Dans le cas d'AdA, cet auteur a montré que lorsque le quadrupôle de couplage a une distance focale de 200 cm, $\alpha = 25°$ au point d'observation du faisceau $\left(s = \frac{\pi}{3} L \text{ par rapport au quadrupôle}\right)$. On constate que l'expérience confirme bien cette valeur.

Séparation électrostatique des faisceaux :

Dans la deuxième chambre à vide utilisée, deux électrodes situées dans une région d'interaction permettent de créer un champ électrique vertical de 4,45 kV/cm sur une longueur d'orbite de 14 cm.

Un électron d'énergie E traversant cette région de champ électrique subit un déplacement vertical négligeable, mais sa trajectoire est défléchie d'un angle :

$$\theta = \frac{4,45 \times 10^{-3} \times 14}{E} \qquad \begin{matrix} (E \text{ en MeV}) \\ (\theta \text{ en rad}) \end{matrix}$$

En présence de ce champ électrique, le transfert vertical sur un tour s'écrit donc :

$$\begin{pmatrix} z \\ \frac{dz}{ds} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_0 \\ \frac{dz}{ds}_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \theta \end{pmatrix}$$

Le calcul du vecteur invariant dans cette transformation donne le déplacement de chacun des faisceaux dans cette région :

$$|\Delta z| = \frac{3,12}{E} 10^4 \qquad (E \text{ en MeV}, |\Delta z| \text{ en } \mu)$$

Pour E = 200 MeV, on prévoit $|\Delta z| = 156\ \mu$, valeur largement supérieure à la dimension verticale des paquets $2\sqrt{\pi}\sigma_z \approx 70\mu$ (cf. chapitre VI § C).

Ces électrodes permettent donc d'arrêter toute interaction entre les deux faisceaux dans cette région.

Expérimentalement, le déplacement d'un faisceau a été observé à l'aide d'une lentille pour E = 60 MeV et un champ électrique de 3,11 kV/cm. On a mesuré :

$$\Delta z = 360\mu \pm 50\mu$$

alors que la formule précédente prévoit 364 μ dans ces conditions.

B - LE FACTEUR DE COMPRESSION DES QUANTITES DE MOUVEMENT ("Momentum Compaction")

La déformation de l'orbite d'équilibre lorsque la quantité de mouvement passe de p à p + Δp dépend directement du *facteur de compression des quantités de mouvement.*

Le *facteur de compression local* α (s) est défini par le fait qu'au premier ordre, Δ p entraîne un déplacement normal de l'orbite d'équilibre égal à $R\alpha(s)\,\frac{\Delta p}{p}$. Par intégration sur un tour, on a, en introduisant le rayon de courbure ρ(s) au point s et l'angle φ(s) fait par la normale en s avec une direction fixe :

$$\bar{\alpha} = \frac{\frac{\Delta L}{L}}{\frac{\Delta p}{p}} = \frac{\int_{(c)} \alpha(s)\, d\varphi}{\int_{(c)} d\varphi} = \frac{1}{2\pi} \int_{(c)} \frac{\alpha(s)}{\rho(s)}\, ds$$

ΔL est la différence de longueur entre les orbites d'équilibre correspondant aux quantités de mouvement p + Δ p et p respectivement.

Le facteur moyen $\bar{\alpha}$ est donc proportionnel au retard ou à l'avance par tour que prend une particule d'énergie différente de E sur la phase de la cavité radio-fréquence. Par suite $\bar{\alpha}$ joue un rôle essentiel dans l'étude des oscillations synchrotron, des dimensions des paquets et de la limite de durée de vie due aux fluctuations quantiques.

Dans une machine à gradient faible, d'indice constant n et de facteur circonférentiel Λ, on a :

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{\Lambda(1 - n)}$$

Dans une telle machine, deux particules ayant des énergies un peu différentes ont des orbites rigoureusement parallèles. Dans le cas d'AdA, où l'indice n'est pas constant dans les sections à faible champ, on fait une très petite erreur en admettant que l'on a encore un tel parallélisme(*).

(*) La condition générale pour que ce parallélisme soit exactement satisfait est : B(s) [1 - n(s)] = C^{te}.

Soit (C) l'orbite d'équilibre d'une particule d'énergie E, (C') celle d'une particule d'énergie E + dE, dρ la distance entre ces orbites, ρ et ρ' = ρ+dρ leur rayon de courbure local ; on a :

$$2\pi\, dE = \int_{(C')} B'\, ds' - \int_{(C)} B\, ds = \int_{(C')} B\left(1 - n\frac{d\rho}{\rho}\right) ds' - \int_{(C)} B\, ds$$

$$= \int_0^{2\pi} B\left(1 - n\frac{d\rho}{\rho}\right) \rho'\, d\varphi - \int_0^{2\pi} B\rho\, d\varphi = d\rho \int_0^{2\pi} B(1-n)\, d\varphi$$

On a négligé dans ce calcul un terme en $(d\rho)^2$. Comme $\Delta L = 2\pi d\rho$, on en déduit :

$$\bar{\alpha} = \frac{(2\pi)^2}{L} \frac{E}{\int_{(C)} B(1-n)\frac{ds}{\rho}} = \frac{1}{L} \frac{\left(\int_{(C)} B\, ds\right)^2}{\int_{(C)} B^2(1-n)\, ds}$$

On peut ainsi calculer $\bar{\alpha}$ simplement à partir des fonctions B(s) et n(s) (voir figure 13 a) ; on trouve(*) :

$$\bar{\alpha} = 2,15 \pm 0,14$$

L'incertitude provient presque uniquement de la fonction n(s).

Résultats expérimentaux :

On peut mesurer indirectement $\bar{\alpha}$ à partir de la fréquence des oscillations synchrotron :

$$\nu_s = \frac{c}{L}\sqrt{\frac{k\bar{\alpha}\, e\hat{V}\cos\Phi_s}{2\pi E}}$$

à condition de connaître avec précision la tension crête $\hat{V}$ de la cavité radio-fréquence, ce qui n'est pas toujour facile.

Les oscillations synchrotron peuvent être excitées à l'aide d'une modulation de la tension crête radio-fréquence. Sur AdA, en réduisant l'énergie des particules stockées à 90 MeV, une modulation de $\hat{V}$ de l'ordre de 1 % suffit pour doubler la dimension radiale du faisceau.

En faisant varier lentement le fréquence de la modulation, on a observé l'apparition et la disparition brutales d'oscillations synchroton de grande amplitude. La bande des fréquences capables d'exciter ces oscillations est large : la largeur relative mesurée est environ de 7 %.

On a observé que ces oscillations sont facilement excitées aussi par une modulation dont la fréquence est égale à la moitié, au tiers ou au quart de la fréquence synchrotron.

(*) Cette valeur de $\bar{\alpha}$ ne diffère que de 3 % de $\left(\frac{1}{1-n}\right)$ pris dans les sections courbes ; il s'ensuit que l'hypothèse initiale concernant le parallélisme des orbites est bien justifiée à posteriori.

Pour E = 90 MeV et une puissance radio-fréquence de 340 watts, on a mesuré :

$$\nu_s = (430 \pm 10) \text{ kHz}$$

Malheureusement, on ne connaît pas avec précision la résistance de la cavité utilisée lors de ces mesures ; on sait seulement qu'elle est voisine de 45 kΩ. En utilisant cette valeur et $\bar{\alpha} = 2,15$, on prévoit : $\nu_s = 475$ k Hz en accord satisfaisant avec la valeur mesurée.

C - COEFFICIENTS D'AMORTISSEMENT

Dans leur mouvement de rotation, les particules émettent des photons. L'émission d'un photon correspond à une perturbation aléatoire ($\Delta\vec{p}$, ΔE) du mouvement, perturbation qui excite des oscillations bétatron et synchrotron. Comme cela a lieu dans les cas analogues d'excitations aléatoires de mouvements pendulaires (pendule excité par le mouvement brownien, circuit oscillant excité par les fluctuations électroniques dans les conducteurs ...), l'effet moyen des perturbations explique l'amortissement tandis que les écarts des perturbations par rapport à leur effet moyen rendent compte des phénomènes de fluctuations. Ici l'effet moyen introduit une force de frottement $\frac{P_\gamma}{c}$ (P_γ = puissance moyenne rayonnée). L'effet de cette force, auquel s'ajoute celui du champ électrique lors de la traversée de la cavité radio-fréquence, est un amortissement des oscillations bétatron verticales, quelle que soit la structure magnétique de la machine. En ce qui concerne les oscillations bétatron radiales et les oscillations synchrotron, les phénomènes sont plus compliqués par suite des changements d'orbite d'équilibre qu'entraînent les variations d'énergie. Pour une structure magnétique convenable, les deux forces dont il est question plus haut -réaction au rayonnement et action du champ électrique de la cavité- ont aussi un effet moyen d'amortissement sur les oscillations bétatron radiales et les oscillations synchrotron.

Les dimensions des paquets de particules stockées résultent de l'équilibre qui s'établit entre les excitations aléatoires liées au caractère discontinu du rayonnement et l'amortissement.

Pendant le temps dt, l'amplitude A des oscillations s'amortit de dA tel que :

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dt}{\tau}$$

A chaque type d'oscillations, bétatron radiales ou verticales, ou oscillations synchrotron, est associé un coefficient d'amortissement τ_r^{-1}, τ_ν^{-1} et τ_s^{-1}. De nombreux auteurs ont calculé ces coefficients, et ont obtenu des formules valables pour des structures magnétiques plus ou moins générales (M. Sands [12], A.A. Kolomenskij and A.N. Lebedev [13], K.W. Robinson [14], F. Mills [15], F. Fer [16], C. Pellegrini [17]).

On utilisera ici les formules établies en toute généralité par les trois derniers auteurs cités :

$$\frac{1}{\tau_v} = \frac{P\gamma}{2E} = A\ \gamma^3\ <\rho^{-2}>\ ^{(*)} \qquad (4)$$

$$\frac{1}{\tau_r} = A\ \gamma^3\ <\rho^{-2} + R\alpha\ (2n - 1)\ \rho^{-3}>\ ^{(*)} \qquad (5)$$

$$\frac{1}{\tau_s} = A\ \gamma^3\ <2\rho^{-2} + R\alpha\ (1 - 2n)\ \rho^{-3}>\ ^{(*)} \qquad (6)$$

La constante universelle A est égale à :

$$\frac{1}{3}\ r_0\ c = 2,82\ 10^{-7}\ m^2\ s^{-1}$$

R est le "rayon physique" de la machine : $R = \frac{L}{2\pi}$.

α est le facteur de compression des quantités de mouvement local.

On pose souvent :

$$\tau_v = \frac{1}{J_v}\ \frac{2E}{P\gamma} \qquad \tau_r = \frac{1}{J_r}\ \frac{2E}{P\gamma} \qquad \tau_s = \frac{1}{J_s}\ \frac{2E}{P\gamma}$$

formules qui définissent les coefficients sans dimensions J_v, J_r et J_s.

D'après (4), (5) et (6), on voit que $J_v = 1$ quel que soit le type de structure magnétique (focalisation faible ou forte), et que :

$$J_r = \frac{\tau_v}{\tau_r} = \frac{<\rho^{-2} + R\alpha\ (2n - 1)\ \rho^{-3}>}{<\rho^{-2}>}$$

$$J = \frac{\tau_v}{\tau_s} = \frac{<2\ \rho^{-2} + R\alpha\ (1 - 2n)\ \rho^{-3}>}{<\rho^{-2}>}$$

Ainsi que l'a montré W. K. Robinson [14], on a toujours $J_v + J_r + J_s = 4$.

A partir des mesures de B(s) et de n(s) décrites dans le chapitre I § A, on obtient, pour E = 195 MeV :

$\tau_v = (25,7 \pm 1)\ 10^{-3}$ s $\qquad \tau_r = (21 \pm 2)\ 10^{-3}$ s $\qquad \tau_s = (14,7 \pm 2)\ 10^{-3}$ s

$J_v = 1 \qquad J_r = 1,22 \qquad J_s = 1,78$

D - DIMENSIONS DES PAQUETS

Les dimensions des paquets de particules sont parmi les caractéristiques fondamentales d'un anneau de stockage, puisqu'elles déterminent les densités et, par suite, les taux d'interactions. On verra qu'elles interviennent de façon importante aussi dans les problèmes de durées de vie (chapitre V § C).

(*) Dans ces formules, la valeur moyenne <g> d'une fonction g(s) est définie par :

$$<g> = \frac{1}{L} \int_{(c)} g\ ds$$

On supposera d'abord que les oscillations radiales et les oscillations verticales sont complètement découplées.

Il faut attendre de l'ordre d'une seconde après la capture d'une particule pour que celle-ci ait à peu près complètement oublié les conditions particulières de son injection. Après ce laps de temps, le mouvement d'une particule ne dépend plus que de ses interactions avec :

- *le champ magnétique de l'aimant* qui maintient la courbure de la trajectoire et cause ainsi le rayonnement synchrotron ;

- *le champ électrique de la cavité radio-fréquence*, qui sert à compenser en moyenne les pertes d'énergie dues à ce rayonnement ;

- *le gaz résiduel* de la chambre à vide qui provoque essentiellement des diffusions élastiques (les rayonnements de freinage sont rares et causent souvent l'éjection définitive de la particule) ;

- *les particules stockées* appartenant au même paquet.

Les effets d'un faisceau sur l'autre seront étudiés dans le chapitre VI § A.

Ce sont donc ces quatre ensembles d'interactions qui déterminent les dimensions des paquets. *Le rayonnement synchrotron est, en général, le phénomène de beaucoup le plus important*. Pour une structure magnétique convenable, l'effet moyen du rayonnement auquel vient s'ajouter celui du champ radio-fréquence est un amortissement de toutes oscillations qui peuvent prendre naissance, avec des constantes de temps qui ont été calculées dans le paragraphe précédent. De plus, ce rayonnement provoque un calage de phase des particules par rapport au champ oscillant de la cavité radio-fréquence à un angle Φ_s tel que :

$$e \hat{V} \sin \Phi_s = \Delta E_\gamma$$

où ΔE_γ est l'énergie moyenne rayonnée par tour et $\hat{V}$ la tension crête radio-fréquence.

En réalité, les émissions de photons sont des phénomènes quasi-instantanés, aléatoires. L'émission d'un quantum provoque le recul de l'électron et une diminution $\Delta E = h\nu$ de son énergie. L'énergie et la quantité de mouvement cédées à l'aimant peuvent être complètement négligées (cf. K. W. Robinson [14]). A la suite d'une telle variation brutale d'énergie, l'électron entreprend des oscillations bétatron radiales autour de l'orbite d'équilibre correspondant à sa nouvelle énergie ; il en résulte aussi des oscillations relativement lentes de son énergie et de sa phase, oscillations stables en général, qui constituent les oscillations synchrotron.

En l'absence de couplage, le rayonnement synchrotron joue donc un rôle dans les dimensions verticales des paquets essentiellement par suite du recul de l'électron qui rayonne, et dans les dimensions radiales par suite des fluctuations d'énergie. Le passage d'une particule dans la cavité radio-fréquence peut être considéré comme équivalent à l'absorption d'un certain quantum dont la quantité de mouvement est purement longitudinale.

(i) Les effets du rayonnement :

Ils ont été étudiés par M. Sands [12], A. A. Kolomenskij and A. N. Lebedev [13], K. W. Robinson [14] ; ils ont été traités de façon très géné-

rale par C. Pellegrini [17] et H. Bruck [18]. A partir des formules obtenues par ces derniers auteurs, on trouve pour les écarts-types des diverses oscillations(*).

- oscillations bétatron verticales :

$$\sigma_z = \sqrt{\overline{z^2}} = \gamma \left[\frac{55\sqrt{3}}{96} \frac{\hbar}{m_0 c} \frac{\overline{\chi^2}}{2} \beta_z \frac{<\beta_z \rho^{-3}>}{<\rho^{-2}>} \right]^{1/2} \qquad (7)$$

- oscillations bétatron radiales :

$$\sigma_{br} = \sqrt{\overline{r_b^2}} = \gamma \left[\frac{55\sqrt{3}}{96} \frac{\hbar}{m_0 c} \beta_r \frac{F}{<\rho^{-2} + \alpha(2n-1)R\rho^{-3}>} \right]^{1/2} \qquad (8)$$

- oscillations synchrotron radiales :

$$\sigma_{sr} = \sqrt{\overline{r_s^2}} = \alpha \gamma R \left[\frac{55\sqrt{3}}{96} \frac{\hbar}{m_0 c} \frac{<\rho^{-3}>}{<2\rho^{-2} + \alpha(1-2n)R\rho^{-3}>} \right]^{1/2} \qquad (9)$$

où

$$F = R^2 \left\langle \left[\alpha^2 + \left(\frac{1}{2} \beta_r' \alpha - \beta_r \alpha' \right)^2 \right] \frac{\rho^{-3}}{\beta_r} \right\rangle$$

et où $\overline{\chi^2}$ est la valeur moyenne du carré de l'angle d'émission du photon (voir figure 22, chapitre IV § A iii).

Remarques :

1/ Ainsi que l'on pouvait s'y attendre, on retrouve dans les dénominateurs figurant dans (7), (8) et (9) les coefficients d'amortissement donnés par les formules (4), (5) et (6) (§ C), (à une constante multiplicative près). Lorsqu'on peut négliger les variations des dimensions en fonction de s et remplacer les dérivées par rapport à s par zéro -ce qui est le cas dans l'étude d'AdA- on obtient :

$$\frac{\sigma_{sr}}{\sqrt{\tau_s}} = \frac{\sigma_{br}}{\sqrt{\tau_r}}$$

2/ Comme $\overline{\chi^2} \approx \gamma^2$, la contribution du rayonnement à la hauteur des paquets est indépendante de l'énergie. Par contre, les formules (8) et (9) montrent que la largeur est proportionnelle à E.

3/ En fait, l'analyse de C. Pellegrini [17], ou celle des autres auteurs cités avant lui [12] [13] [14], conduit au calcul de la valeur d'équilibre du carré de l'*amplitude* des oscillations du type considéré. Par exemple, s'il s'agit des oscillations bétatron radiales :

$$r_b = r_0 \sqrt{\beta_r} \cos(\nu_r \varphi_r + \xi_r)$$

(*) β_r et β_z sont les carrés des fonctions amplitude tels qu'ils apparaissent dans les matrices de Twiss. Les valeurs moyennes < > sont calculées comme dans le paragraphe précédent et $y' = \frac{dy}{ds}$.

le calcul de C. Pelligrini donne : $r^2_{0\,\text{équilibre}}$, le mot "équilibre" se rapportant à celui qui s'établit entre excitations et amortissement.

Ces auteurs n'ont pas précisé les types de distributions auxquelles appartiennent les amplitudes (telles que r_0) ou les élongations instantanées (telles que r_b). H. Bruck [18] a fait l'analyse statistique des répartitions radiales et longitudinales des particules dans les paquets et a montré que : les amplitudes sont distribuées selon une loi de Rayleigh, et que, par conséquent, les densités sont des gaussiennes. H. Bruck montre alors que les formules (8) et (9) donnent précisément les écarts-types de ces distributions gaussiennes des densités, associées aux oscillations radiales bétatron et synchrotron respectivement.

4/ Les oscillations synchrotron radiales dont les valeurs d'équilibre sont données par (9) ont pour origine des oscillations de l'énergie :

$$\sqrt{\overline{\Delta p^2}} = p\,\frac{\sqrt{\overline{r_s^2}}}{\alpha R} = p\gamma\left[\frac{55\sqrt{3}}{96}\,\frac{\hbar}{m_0 c}\,\frac{<\rho^{-3}>}{<2\rho^{-2} + \alpha(1-2n)R\rho^{-3}>}\right]^{1/2} \qquad (11)$$

Il est facile de calculer l'amplitude des oscillations de la phase correspondant à ces oscillations de l'énergie. Une particule ayant l'énergie $E + c\Delta p$ a une phase qui glisse avec la vitesse :

$$\dot{\Phi} = 2\pi k \bar{\alpha}\,\frac{c}{L}\,\frac{\Delta p}{p}$$

En posant : $\Phi = \Phi_s + \psi$ et supposant $\psi \ll \pi$, les oscillations de la phase s'écrivent :

$$\psi = \psi_0 \sin(\Omega t + \varphi)$$

$$\dot{\Phi} = \dot{\psi} = \psi_0\,\Omega \cos(\Omega t + \varphi)$$

où :

$$\Omega = \frac{c}{R}\left(\frac{k}{2\pi}\,\frac{\bar{\alpha}\, e\hat{V}\cos\Phi_s}{E}\right)^{1/2} = 2\pi\nu_s$$

est la fréquence angulaire des synchrotron. D'où :

$$\overline{\psi^2} = \frac{1}{\Omega^2}\,\overline{\dot{\Phi}^2} = \frac{1}{\Omega^2}\left(k\bar{\alpha}\,\frac{c}{R}\right)^2 \frac{\overline{\Delta p^2}}{p^2}$$

Finalement, les oscillations synchrotron donnent à chaque paquet une densité gaussienne d'écart-type :

$$\sigma_1 = \frac{R}{k}\sqrt{\overline{\psi^2}} = \gamma R\left[\frac{55\sqrt{3}}{96}\,\frac{\hbar}{m_0 c}\,\frac{2\pi}{k}\,\frac{\bar{\alpha}E}{e\hat{V}\cos\Phi_s}\,\frac{<\rho^{-3}>}{<2\rho^{-2} + \alpha(1-2n)R\rho^{-3}>}\right]^{1/2}$$

(ii) Le terme de radio-fréquence :

La formule (8) ne tient compte que de la variation d'énergie accompagnant chaque émission de photons, elle néglige l'action du champ électrique de la cavité radio-fréquence et les effets de recul dus à l'émission des photons. Cette dernière correction apparaît immédiatement négligeable dans le cas d'AdA dès que l'on compare les valeurs numériques obtenues plus loin pour

$\sqrt{\overline{z^2}}$ et $\sqrt{\overline{r_b^2}}$. On trouve la formule complète tenant compte de ces effets dans les calculs très détaillés de G. Leleux [10]. Quant au terme dû à la radio-fréquence, il introduit un écart-type supplémentaire :

$$\sigma_{R.F.r} = R \sqrt{\beta_r \frac{L r_0 \gamma^3}{3} \frac{<\rho^{-2}>^2}{<\rho^{-2} + \alpha(2n-1) R \rho^{-3}>} \left[\frac{\alpha^2 + \left(\frac{1}{2} \beta_r' \alpha - \beta_r \alpha'\right)^2}{\beta_r} \right]_{s=0}}$$

r_0 est le rayon classique de l'électron ($r_0 = 2,82. 10^{-13}$ cm) et $s = 0$ est l'abscisse curviligne de la cavité radio-fréquence sur l'orbite d'équilibre.

Applications numériques :

Pour AdA, avec les valeurs suivantes pour les divers paramètres : E = 195 MeV, $\overline{\alpha} = 2,15$, $\overline{\chi^2} \approx \gamma^{-2} = (2,6\ 10^{-3})^2$ rad^2, $\beta_z = 82,9$ cm, $\hat{V} = 5,5$ kV, on trouve :

$$\sigma_z = 0,4\ 10^{-3} \text{ mm} \qquad \sigma_l = 72 \text{ mm}$$

$$\sigma_{br} = 0,385 \text{ mm} \qquad \sigma_{sr} = 0,320 \text{ mm} \qquad \sigma_{R.F.r} = 0,5\ 10^{-1} \text{ mm}$$

On remarque :

- que la contribution du rayonnement synchrotron à la hauteur des paquets est petite $\approx \frac{1}{2}$ micron.

- que la contribution du champ électrique radio-fréquence à l'extension radiale des paquets est environ cent fois plus petite que la contribution du rayonnement.

(iii) Les diffusions élastiques sur le gaz résiduel :

La contribution à la hauteur des faisceaux des diffusions élastiques sur le gaz résiduel a été étudiée en détail par C. Bernardini [19] dans le cas particulier des anneaux de stockage. Cet auteur remarque que, par suite de la très faible pression qui règne dans la chambre à vide ($\sim 10^{-9}$ Torr), les diffusions sont très rares si l'on prend comme unité de temps la période d'amortissement des oscillations bétatron τ_v ou τ_r ; *il en résulte que, dans les conditions habituelles de fonctionnement d'AdA, on peut négliger la contribution de ces diffusions aux dimensions du faisceau.*

Le paramètre fondamental de l'analyse de C. Bernardini est le nombre q de diffusions que subit, en moyenne, une particule pendant la période d'amortissement τ ; selon que $q \ll 1$ ou $q \gg 1$, on est en "régime de diffusions simples" ou en "régime de diffusions multiples".

On tient compte de l'effet d'écran des électrons atomiques en prenant pour potentiel de diffusion :

$$V = \frac{Z e^2}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{e^{-r/a}}{r} \qquad \text{(MKS rationalisé)}$$

où $a = 0,53\ 10^{-8}\ Z^{-1/3}$ cm est le rayon de l'atome de Bohr.

La section efficace différentielle de diffusion élastique par ce potentiel est, en approximation de Born :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4\, r_0^2\, Z^2}{\gamma^2\, (\theta^2 + \theta_0^2)^2} \qquad (\theta \text{ petit})$$

où :

$$\theta_0 = \frac{\lambda\!\!\!^{-}}{a} = \frac{\hbar\, c}{E\, a}$$

est "l'angle minimum" de diffusion compte tenu de l'effet d'écran. $\lambda\!\!\!^{-}$ est la longueur d'onde réduite de de Broglie des électrons d'énergie E.

La section efficace totale de diffusion est donc :

$$\sigma_i = 2\pi \int_0^{\theta\,max} \frac{4\, r_0^2\, Z_i^2\, \theta\, d\theta}{\gamma^2\, (\theta^2 + \theta_0^2)^2} \approx \frac{4\, \pi\, r_0^2\, Z_i^2}{\gamma^2\, \theta_0^2} = \frac{4\, \pi\, m_0^2\, c^2\, r_0^2\, a^2\, Z_i^2}{\hbar^2} = 2\ 10^{-20}\ Z_i^{4/3}\ cm^2$$

On remarque σ_i ne dépend pas de l'énergie des particules diffusées. Pour pouvoir calculer le nombre q de diffusions pendant τ_v, en fonction de la pression qui règne dans la chambre à vide, on supposera que le gaz résiduel est diatomique. Soit N_i le nombre d'atomes de nombre atomique Z_i par cm^3 de gaz. Si p est la pression totale qui règne :

$$p = \sum_i p_i = 1,49\ 10^{-17} \sum_i N_i \qquad \text{Torr} \qquad (\text{à } 15°C)$$

$$q = c\, \tau_v \left(\sum_i N_i\, \sigma_i \right) = 4\ 10^{-2}\ \overline{Z^{4/3}}\ \frac{p}{10^{-9}}\ \tau_v$$

où l'on a posé :

$$\overline{Z^{4/3}} = \sum_i \frac{p_i\, Z_i^{4/3}}{p}$$

τ_v doit être exprimé en secondes et p en Torr.

Dans le cas particulier d'AdA où $\tau_v = 26\ 10^{-3} \left(\frac{195}{E_{MeV}}\right)^3$ s, on a donc :

$$q = 10^{-3}\, \overline{Z^{4/3}}\ \frac{p_{Torr}}{10^{-9}}\ \left(\frac{195}{E_{MeV}}\right)^3$$

On voit que, dans les conditions habituelles de fonctionnement d'AdA, E ≈ 200 MeV, p ≈ 10^{-9} Torr, on a : q ≈ 1,3 10^{-2} en supposant Z = 7 ; en moyenne, il s'écoule de l'ordre de 100 périodes d'amortissement entre 2 diffusions que subit un électron stocké : on est en "régime de diffusions simples".

De plus, on déduit de la section efficace donnée plus haut :

$$\sqrt{\overline{\theta^2}} = 2\, \theta_0\, \text{Log}\, \frac{\theta_{max}}{\theta_0}$$

θ_{max} est l'angle maximum de déviation au-delà duquel il y a perte de l'électron diffusé contre les parois de la chambre à vide. Dans AdA, $\theta_{max} \approx 25\ 10^{-3}$ rad, donc $\sqrt{\overline{\theta^2}} \approx 3\ 10^{-6}$ à l'énergie 200 MeV. Des diffusions de cet ordre de grandeur engendrent des oscillations bétatron verticales d'amplitude $\lambda\!\!\!^{-}_v \sqrt{\overline{\theta^2}} \sim 2,5\mu$.

Trois ou quatre périodes d'amortissement τ_v après de telles diffusions, les oscillations ont une amplitude bien inférieure à celles excitées par le rayonnement synchrotron. On trouve dans la note de C. Bernardini [19] des expressions précises donnant les dimensions verticales du faisceau dans ces conditions. On voit qu'à un instant donné, la quasi totalité des particules effectuent des oscillations qui ne sont entretenues que par le rayonnement synchroton ; une très faible proportion, de l'ordre de 1 %, effectuent des oscillations dont les amplitudes peuvent être beaucoup plus grandes mais qui sont très rapidement amorties.

Conditions d'observation des diffusions multiples - Comparaison qualitative avec l'expérience :

L'expression de q donnée plus haut montre que si on laisse remonter la pression p d'un ordre de grandeur -jusqu'à 10^{-8} Torr- et que l'on diminue l'énergie E des particules stockées jusqu'à 50 MeV environ, on a $q \sim 10$, c'est-à-dire que l'on aborde le domaine où les diffusions multiples jouent un rôle important. On trouve dans la littérature [6] [19] des formules donnant l'augmentation des dimensions du faisceau par suite de ces diffusions multiples ($q \gg 1$). Le calcul de cet effet est immédiat en utilisant les résultats statistiques de H. Bruck [18] [20].

Entre deux diffusions coulombiennes, l'angle θ que fait la trajectoire d'une particule avec le plan de l'orbite d'équilibre évolue selon :

$$\theta = \theta\ e^{-\frac{t}{\tau_v}} \sin\left(2\pi\ \nu_z\ \frac{t}{t_s} + \varphi\right)$$

Chaque diffusion fait varier brusquement θ d'un petit angle θ_i positif ou négatif tout en laissant $\frac{d\theta}{dt}$ invariant. Soit $\rho(\theta_i)\ d\theta_i$ le nombre de diffusions, *par unité de temps*, d'angle compris entre θ_i et $\theta_i + d\theta_i$. On a :

$$\overline{\theta_i^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\theta_i)\ \theta_i^2\ d\theta_i = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\theta\ max} \frac{4\ r_0^2 \left(\sum_i N_i\ Z_i^2\right) c \cdot 2\pi\ \theta^3\ d\theta}{\gamma^2(\theta^2 + \theta_0^2)^2}$$

Le facteur 1/2 tient compte du fait que ce sont les projections des angles de diffusion sur un plan vertical qui comptent.

$$\overline{\theta_i^2} = 2{,}62\ 10^2 \frac{p\ \overline{Z^2}}{E^2} \left(2\ \mathrm{Log}\ \frac{\theta_{max}}{\theta_0} - 1\right) \qquad s^{-1}$$

(E exprimée en MeV et p en Torr).

De l'équilibre qui s'établit entre ces excitations et l'amortissement de coefficient τ_v^{-1} résulte une distribution gaussienne des θ telle que :

$$\overline{\vartheta^2} = \frac{\tau_v}{4}\ \overline{\vartheta_i^2}$$

et, par suite, une hauteur de faisceau telle que :

$$\sqrt{\overline{z^2}} = \frac{\lambda_v\ \sqrt{\tau_v}}{2}\ \sqrt{\overline{\theta_i^2}} = 8{,}1\ \frac{\lambda_v\ \sqrt{\tau_v}}{E}\ \sqrt{p\ \overline{Z^2}\left(2\ \mathrm{Log}\ \frac{\theta_{max}}{\theta_0} - 1\right)}$$

(τ_v exprimé en s, E en MeV, p en Torr).

Dans AdA, si on laisse remonter la pression à 10^{-8} Torr, cette formule prédit :

$$h = 2\sqrt{\pi}\ \sqrt{\overline{z^2}} = 1,3 \text{ mm}$$

pour E = 50 MeV et en *supposant que le gaz résiduel est de l'air.*

Cette valeur est certainement par excès, car la même formule prédit des valeurs de h beaucoup trop grandes lorsque q est de l'ordre de l'unité.

On a vérifié expérimentalement que lorsqu'on coupe la pompe à vide pour laisser la pression remonter à 10^{-8} Torr environ, la hauteur du faisceau devenait de l'ordre du millimètre à 50 MeV(*). Plus précisément, pour E = 50 MeV, lorsque la pression remonte de 1,7 10^{-9} Torr à 2,5 10^{-8} Torr (indications de la jauge), on a observé que la hauteur de l'image du faisceau augmente d'un facteur 2,5, ce qui correspond à :

$$\Delta h = 2\sqrt{\pi}\ \sigma_z \approx 1,3 \text{ mm}$$

Cette variation de hauteur a été calculée en tenant compte du phénomène de diffraction dont la contribution reste évidemment constante. On voit que l'accord est qualitativement bon. Une analyse plus précise demanderait une mesure indépendante concernant la nature du gaz résiduel.

Aucun élargissement de l'image n'est observé lorsque cette expérience est faite à l'énergie 195 MeV.

(iv) Les diffusions multiples entre particules d'un même paquet :

Les oscillations bétatron radiales sont à l'origine de diffusions coulombiennes multiples entre particules appartenant à un même paquet. Ces diffusions transfèrent des quantités de mouvement initialement radiales en quantités de mouvement longitudinales, c'est-à-dire parallèles à la composante principale de vitesse des particules. Bien que ces quantités de mouvement transférées soient très petites, les variations d'énergie ΔE qui résultent d'une série de tels transferts ne sont pas toujours négligeables par suite d'un effet relativiste qui introduit un facteur γ.

H. Bruck et J. Le Duff [20] ont analysé quantitativement l'effet de ces diffusions multiples sur la dimension radiale du faisceau en se plaçant dans le cas où cet effet l'emporte sur celui du rayonnement synchrotron. Ces auteurs posent donc à priori :

$$\begin{cases} \sigma_{sr}^2 = R^2\,\overline{\alpha}^2\,\dfrac{\overline{\Delta E^2}}{E^2} & \text{[conséquence de la définition de } \overline{\alpha}\text{]} \\ \sigma_{br}^2 = \sigma_{sr}^2\,\dfrac{\tau_r}{\tau_s} & \text{[cf. § D (i) de ce chapitre]} \\ \sigma_r^2 = \sigma_{sr}^2 + \sigma_{br}^2 = R^2\,\overline{\alpha}^2\left(1 + \dfrac{\tau_r}{\tau_s}\right)\dfrac{\overline{\Delta E^2}}{E^2} & . \end{cases}$$

(*) Ces expériences ont été faites avec un faisceau de positrons, ce qui exclut la possibilité d'avoir des ions positifs piégés.

De plus, H. Bruck et J. Le Duff supposent que la dimension verticale du faisceau est essentiellement due à un couplage de constante K entre les oscillations bétatron radiales et verticales. D'où :

$$\sigma_z^2 = K^2 \sigma_{br}^2 = K^2 \frac{\tau_r}{\tau_s} R^2 \bar{\sigma}^2 \frac{\overline{\Delta E^2}}{E^2}$$

Ils montrent alors qu'un équilibre s'établit pour lequel :

$$\left(\overline{\Delta E^2}\right)^3 = \frac{N r_0^2 E^6 \varepsilon_{R.F.} \tau_s^2 f(X_m)}{2^6 \pi m_0 c \nu_r \bar{\alpha}^3 K \tau_r \sqrt{\left(\frac{\tau_r}{\tau_s} + 1\right)} R^3 \gamma^4}$$

où :

N est le nombre total de particules dans le faisceau

$\varepsilon_{R.F.} = \left(\frac{2 e \hat{V} E}{\pi k \bar{\alpha}}\right)^{1/2}$ est la (demi) acceptance en énergie de la cavité radio-fréquence (on suppose $\Phi_s \ll 1$).

$$f(X_m) = \int_{X_m}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} \mathrm{Log}\left(\frac{u}{X_m}\right) du$$

$$X_m = \frac{2^{2/3} r_0 \lambda_r^2}{\sqrt{\pi}\ \sigma_{br}^2\ \sigma_z\ \gamma^2} = \frac{2^{2/3} r_0 \tau_s^{3/2} E^3}{\sqrt{\pi}\ \nu_r^2 K \bar{\alpha}^3 \tau_r^{3/2} R (\overline{\Delta E^2})^{3/2} \gamma^2}$$

Pour un point de fonctionnement donné, on est donc amené à résoudre:

$$\begin{cases} \left(\overline{\Delta E^2}\right)^3 = A f(X_m) \\ X_m = B\left(\overline{\Delta E^2}\right)^{-3/2} \end{cases}$$

H. Bruck et J. Le Duff [20] ont prédit que pour une structure telle que celle d'AdA, ces diffusions multiples jouent effectivement le rôle prépondérant dans les dimensions radiales du faisceau lorsque E est réduit à quelques dizaines de MeV pour $N = 5\ 10^7$ particules.

La mesure directe de la largeur radiale du faisceau en fonction du nombre de particules, lorsque ce nombre est grand n'a pas encore pu être faite, mais on verra (chapitre V, fin du § C) que certains phénomènes qui affectent les durées de vie fournissent de bonnes indications en faveur de cette théorie.

Définition des dimensions d'un paquet de particules.

On convient généralement d'appeler "hauteur" h, "largeur" w, et "longueur" l d'un paquet de particules ayant des répartitions gaussiennes d'écarts-types σ_z, σ_r et σ_l les quantités :

$$h = 2\sqrt{\pi}\ \sigma_z$$

$$w = 2\sqrt{\pi}\ \sigma_r = 2\sqrt{\pi}\ \sqrt{\sigma_{br}^2 + \sigma_{sr}^2 + \sigma_{R.F.r}^2}$$

$$l = 2\sqrt{\pi}\ \sigma_l$$

Ce choix a pour origine le fait que la quantité :

$$\frac{1}{V} = \frac{\iiint \rho^2 \, dz \, dr \, ds}{\left(\iiint \rho \, dz \, dr \, ds\right)^2} = \frac{1}{(2\pi)^3 \, \sigma_z^2 \, \sigma_r^2 \, \sigma_l^2} \iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{z^2}{\sigma_z^2}} \, e^{-\frac{r^2}{\sigma_r^2}} \, e^{-\frac{s^2}{\sigma_l^2}} \, dz \, dr \, ds$$

$$= \left[2^3 \, (\sqrt{\pi})^3 \, \sigma_z \, \sigma_r \, \sigma_l\right]^{-1}$$

intervient souvent dans les calculs d'interaction soit des particules appartenant à un même paquet entre elles, soit d'un paquet avec un autre (cf. par exemple : chapitre V § C).

En utilisant les divers résultats obtenus plus haut, on prévoit qu'*en absence de couplage* les dimensions des paquets dans AdA seront, à 195 MeV :

$$h \approx 1,5 \; 10^{-3} \text{ mm} \qquad w = 1,77 \text{ mm} \qquad l = 255 \text{ mm}$$

Résultats expérimentaux : *la largeur w peut être mesurée très simplement en formant l'image du faisceau avec une lentille.* A condition de diaphragmer suffisamment la lentille, la longueur d'orbite qui joue le rôle d'objet est assez courte pour que la flèche soit tout à fait négligeable.

On a construit un microphotomètre spécial (figure 17) pour analyser la distribution de lumière dans l'image ainsi obtenue. Cet appareil comprend un photomultiplicateur devant lequel est placée une fente dont la largeur peut être réduite à quelques centièmes de millimètre. La fente a une position fixe par rapport à la photocathode de façon à ce que l'efficacité de détection soit constante ; l'ensemble peut être translaté lentement et régulièrement à l'aide d'une vis micrométrique. Ce mouvement doit être lent car les changements rapides d'illumination du photomultiplicateur sont suivis de dérives du gain. Enfin, l'ensemble photomultiplicateur -fente- système de translation, peut subir des rotations autour de l'axe optique de la lentille qui forme l'image du faisceau sur la fente.

La figure 18 montre deux courbes obtenues à l'aide de cet appareil : l'une a été tracée avec la fente orientée perpendiculairement au grand axe de l'image, l'autre parallèlement à cet axe. La lentille était précédée d'un filtre bleu $\lambda \approx 4\,100$ Å.

La mesure de la largeur du faisceau a été faite à diverses énergies comprises entre 60 et 195 MeV avec quelques milliers de particules seulement (figure 19). La position de la portion d'orbite visée par la lentille n'étant pas exactement connue, ces mesures peuvent être entachées d'une erreur systématique évaluée à 4 % au maximum, mais le rapport des largeurs à diverses énergies est mesuré à 1 % environ.

A 195 MeV l'accord est excellent entre la valeur mesurée pour w (1,75 mm) et la valeur calculée plus haut. Entre 195 MeV et 130 MeV on constate que la largeur varie proportionnellement à l'énergie ainsi que le prévoit la théorie. Au-dessous de 130 MeV, ces mesures montrent que w diminue un peu moins rapidement que l'énergie ; on n'a pas d'explication pour cet écart qui devient très sensible aux alentours de 60 MeV.

Aucune mesure de la largeur du faisceau n'a encore été faite sur AdA avec un grand nombre de particules stockées. On a seulement constaté que w variait de moins de 1 % lorsque N passe de $2\;10^3$ à $2,5\;10^5$ à 195 MeV. Par contre, à 60 MeV, on a observé un élargissement relatif de (8 ± 4) % lorsque N varie de 10^3 à $1,2\;10^5$.

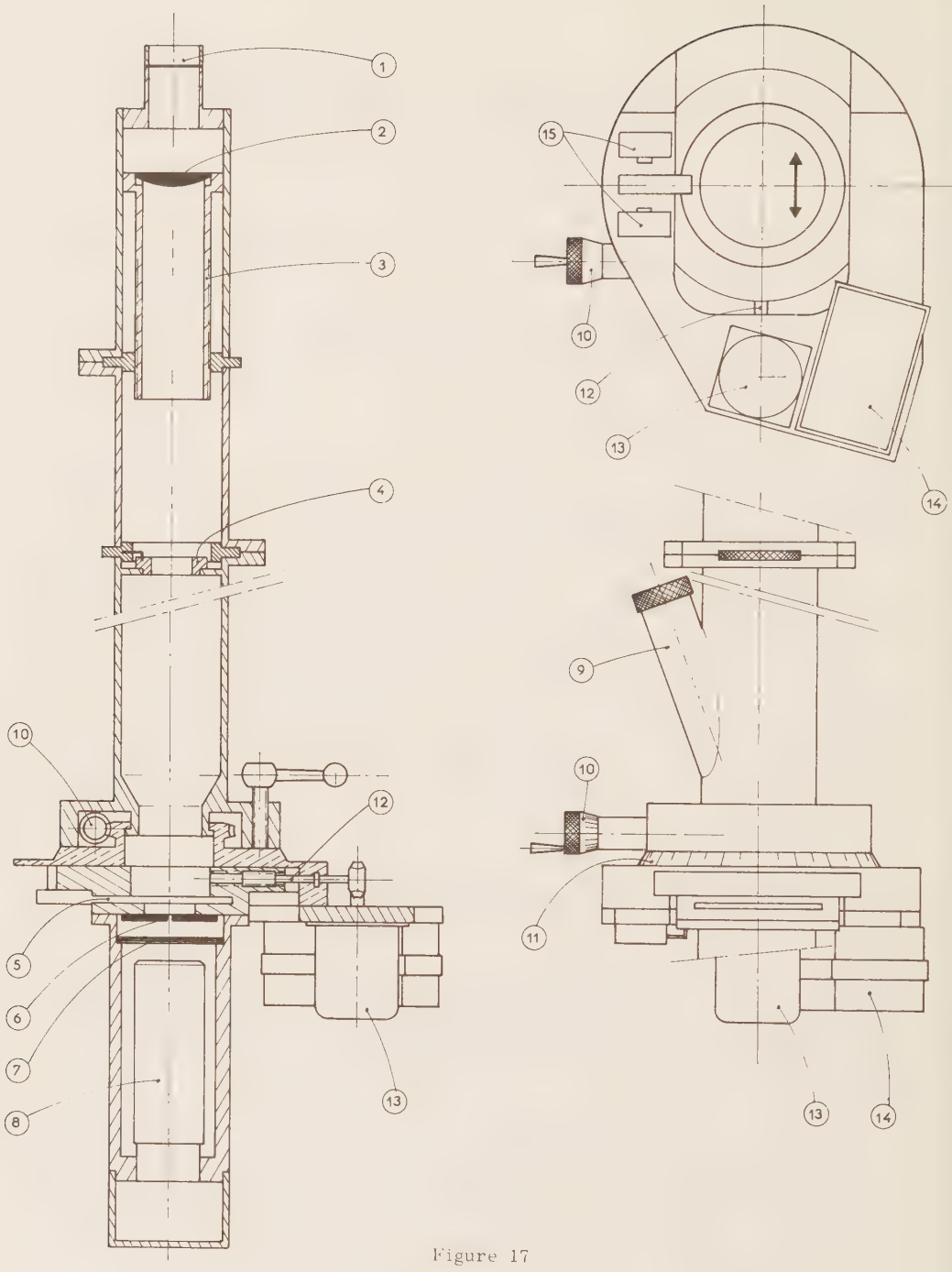


Figure 17

Plan du microphotomètre utilisé pour l'observation optique des faisceaux et l'analyse du rayonnement synchrotron.

(1) hublot en verre de la chambre à vide laissant sortir la lumière synchrotron (2) lentille (3) support mobile de la lentille (4) diaphragme d'ouverture variable (5) écran escamotable pour la mise au point (6) fente de largeur réglable (7) filtre (8) photomultiplicateur (9) hublot de visée pour faire la mise au point (10) vis sans fin servant à orienter la fente par rapport à l'axe de la lentille et vernier micrométrique (11) vernier de positionnement (12) vis sans fin servant à translater la fente (13) moteur électrique utilisé pour le mouvement de translation (14) compte-tour (15) interrupteurs de fin de course.

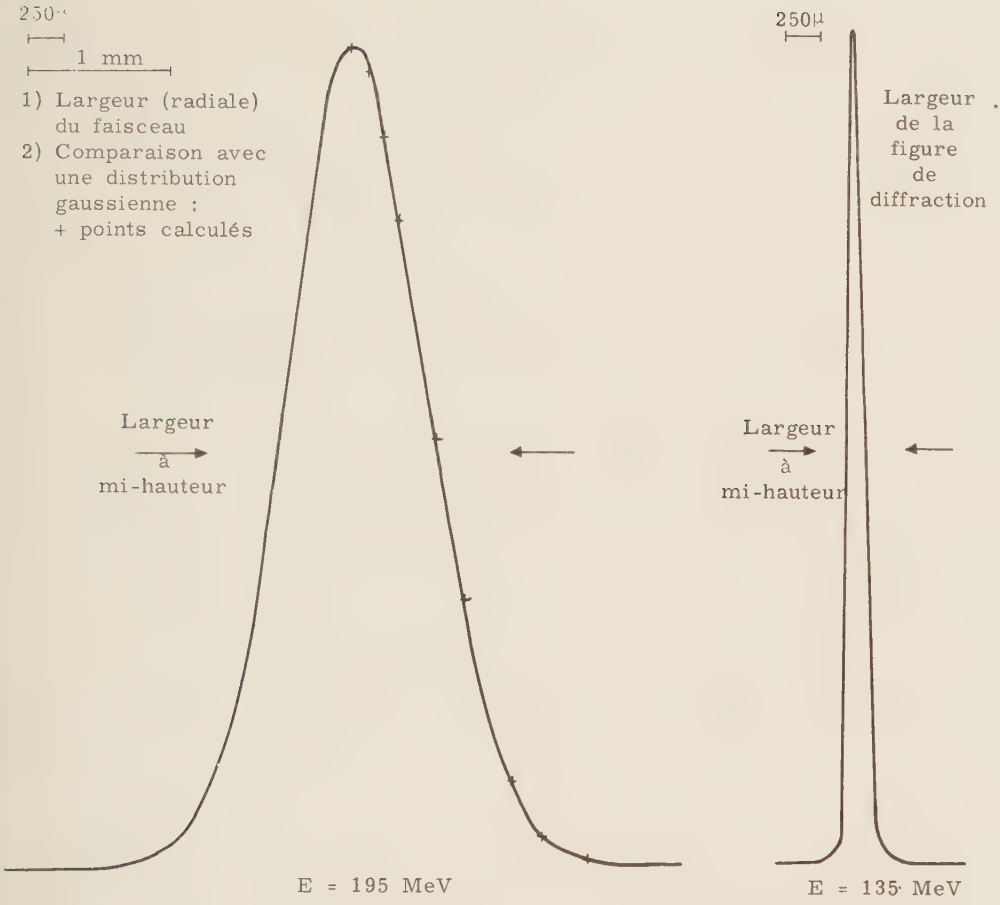


Figure 18

On a comparé l'une des courbes obtenues à une gaussienne (figure 18), qui est le type de distribution prédit par H. Bruck [18]. On constate que l'accord est excellent. Il n'y a que loin du maximum que l'on observe un léger écart dû certainement à des réflexions de lumière sur les parois de la chambre à vide, réflexions qui augmentent un peu le signal donné par l'image directe.

A priori, on ne peut pas espérer mesurer la hauteur extrêmement réduite du faisceau de la même façon, à cause de l'importance des phénomènes de diffraction.

Le calcul exact de la largeur de la figure de diffraction est difficile car il doit tenir compte du diagramme d'émission de la lumière synchrotron non seulement en ce qui concerne l'amplitude mais aussi la phase et l'état de polarisation. Cependant le principe d'incertitude fournit immédiatement l'ordre de grandeur de cet effet. On verra (chapitre IV § A iii) que l'intensité lumineuse émise dans une direction faisant l'angle θ avec le plan de l'orbite est réduite par le facteur e lorsque θ passe de 0 à $\theta_c \approx 5,5\ 10^{-3}$ rad. Or, des photons de longueur d'onde λ émis dans un cône d'angle θ_c ne peuvent fournir d'information sur la structure de leur source avec une résolution meilleure que $\frac{\lambda}{2\theta_c}$. Pour $\lambda = 0,41\mu$ on trouve $\Delta h \approx 40\mu$. Pratiquement, la

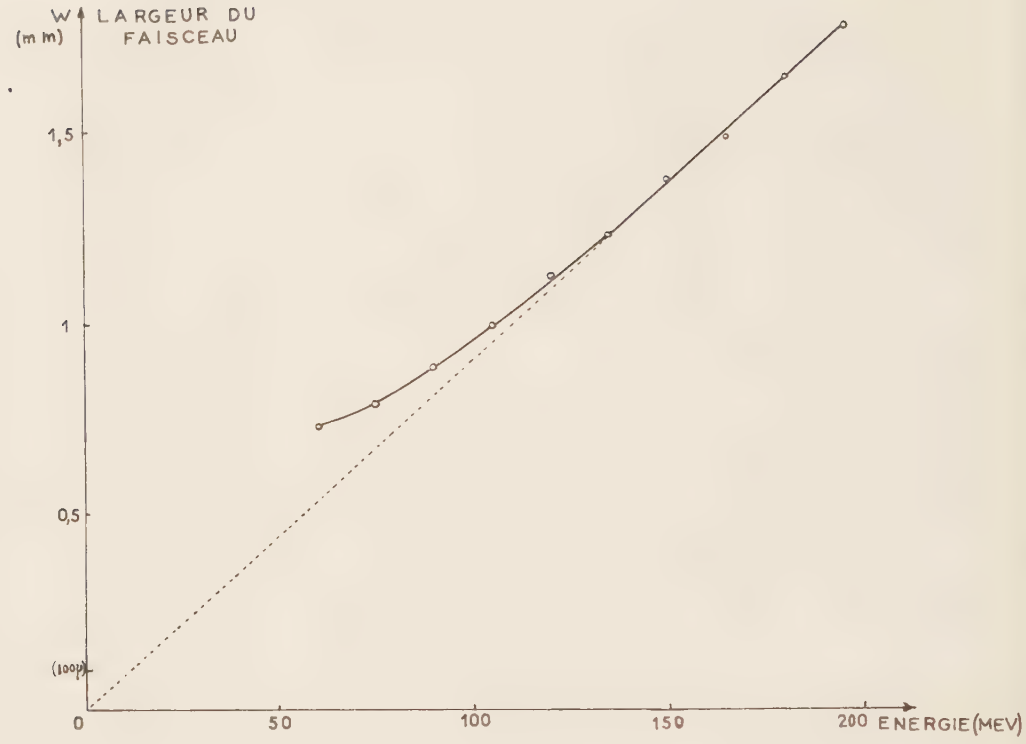


Figure 19

figure de diffraction observée (voir figure 18) correspond à une source qui *aurait* 150μ environ de haut(*).

L'angle critique variant peu avec l'énergie, la hauteur de la figure de diffraction est elle aussi à peu près indépendante de l'énergie des particules stockées, ainsi qu'on l'a constaté expérimentalement.

On a mesuré indirectement la hauteur h des faisceaux (cf. chapitre VI § C) en observant les interactions entre électrons et positrons et l'on a trouvé :

$$h \approx 70\mu$$

Les mesures de durées de vie (chapitre V § C) confirment cette valeur de h.

Cette grande valeur de h ne peut avoir pour seule origine les effets du rayonnement ou des diffusions sur le gaz résiduel. L'hypothèse la plus plausible est que certaines imperfections du champ magnétique couplent les oscillations bétatron radiales aux oscillations bétatron verticales, dont les

---

(*) La largeur de la figure de diffraction peut être sensiblement modifiée en plaçant un polariseur devant la lentille, car le diagramme d'émission de lumière synchrotron dépend de l'orientation du vecteur polarisation.

amplitudes "naturelles" sont de trois ordres de grandeur plus petites que les précédentes. Il est difficile de préciser quelles sont ces imperfections de champ, mais la présence des quatre sections quasi droites, où règne essentiellement un champ de fuite, semble garantir la possibilité de tels défauts.

Il est très intéressant de pouvoir faire varier la densité des particules dans les paquets, car on peut ainsi jouer sur les durées de vie à grands nombres de particules et sur les taux d'interactions entre les faisceaux croisés. C'est pourquoi, on a installé sur AdA la petite bobine dont il est question au § A de ce chapitre : elle permet d'augmenter la hauteur des faisceaux en ajoutant son effet à celui des défauts de champ déjà existant.

G. Leleux [10], P. Gratreau [21], C. Bernardini et C. Pellegrini [22] ont étudié l'effet de couplages linéaires sur les dimensions des faisceaux dans un anneau de stockage, mais aucune application numérique n'a encore été faite sur AdA.

En fait, un calcul précis de l'effet de couplage introduit par la bobine est difficile car : 1/ l'aimant possède lui-même certains défauts mal connus ; 2/ le champ créé par la bobine au voisinage de l'orbite d'équilibre est loin d'être celui d'un quadrupôle parfait, surtout lorsque la bobine n'est pas exactement positionnée, ce qui était très probablement le cas. On peut cependant estimer l'ordre de grandeur de l'effet de couplage de la façon suivante.

On a déjà donné (cf. § A de ce chapitre) l'expression générale de la matrice de transfert sur un tour pour les quatre grandeurs $\left\{ r,\ \frac{dr}{ds},\ z,\ \frac{dz}{ds} \right\}$. A 195 MeV, la convergence maximale de la petite bobine est environ $2,5\ 10^{-3}$ cm^{-1}. D'où l'expression de la matrice de transfert sur un tour :

$$\begin{pmatrix} -0,39 & -85\ \text{cm} & 0 & 0 \\ 0,8\ 10^{-2}\ \text{cm}^{-1} & -0,39 & -1,6\ 10^{-4}\ \text{cm}^{-1} & 0,2 \\ 0 & 0 & 0,065 & -83\ \text{cm} \\ 10^{-3}\ \text{cm}^{-1} & 0,2 & 1,2\ 10^{-3}\ \text{cm}^{-1} & 0,065 \end{pmatrix} \begin{matrix} r \\ \frac{dr}{ds} \\ z \\ \frac{dz}{ds} \end{matrix}$$

On voit qu'il apparaît en particulier deux coefficients de couplage : l'un (10^{-3} cm^{-1}) relie $\frac{dz}{ds}$ à r, l'autre (0,2) relie $\frac{dz}{ds}$ à $\frac{dr}{ds}$.

Or, on a vu que :

$$\sqrt{\overline{r^2}} = 0,5\ \text{mm} \qquad \sqrt{\left(\overline{\frac{dr}{ds}}\right)^2} = \frac{\sqrt{\overline{r_b^2}}}{\lambda_r} = \frac{0,39}{970} = 0,4\ 10^{-3}\ \text{rad}$$

Pour E = 195 MeV, le point de fonctionnement (ν_r , ν_z) avec quadrupôle est suffisamment loin d'une résonance pour que les excitations des oscillations bétatron verticales ne restent pas constructives sur plusieurs tours consécutifs. En particulier : $2\pi\ (\nu_z - \nu_r) \approx \frac{1}{3}\ \frac{\pi}{2}$; donc les deux types d'oscillations bétatron ne restent approximativement en phase ou en quadrature que sur 3 tours. Par suite :

$$\sqrt{\overline{z^2}} \approx \lambda_v \sqrt{\left(\frac{dz}{ds}\right)^2} \sim 850 \times 0,7\ 10^{-4}\ \text{mm}$$

On prévoit ainsi l'ordre de grandeur de l'augmentation de h grâce à la bobine :

$$\Delta h \sim 2\sqrt{\pi}\sqrt{\overline{z^2}} = 0,210\ \text{mm}$$

Expérimentalement, les mesures de durées de vie indiquent que, dans les mêmes conditions, la densité des particules est réduite par un facteur 2,5 environ, mais il faut noter que le rapport de cause à effet est assez complexe (cf. chapitre V § C). Si l'on accepte ce nombre et si l'on tient compte du fait qu'en absence du couplage dû à la bobine on avait $h \approx 70\ \mu$, on déduit de ces mesures de durées de vie :

$$\Delta h \approx 0,160\ \text{mm}$$

valeur qui est bien du même ordre de grandeur que celle calculée plus haut, soit 0,210 mm.

IV - DÉTERMINATION DU NOMBRE DE PARTICULES STOCKÉES (ÉLECTRONS OU POSITRONS)

Pour connaître à chaque instant le nombre de particules stockées, on mesure le flux de lumière synchrotron avec des photomultiplicateurs [2]. Cette lumière étant émise de façon extrêmement directive, il est facile de séparer la lumière émise par les électrons de celle émise par les positrons (voir figure 2). *Le signal lumineux créé par une seule particule stockée est largement suffisant pour être mesuré dès que l'énergie est de l'ordre d'une centaine de MeV, pour un rayon de courbure de 60 cm.*

Cependant ce mode de détection peut présenter quelques difficultés dont les origines sont : courant d'obscurité trop élevé ou instable du photomultiplicateur, détérioration due à la radioactivité ambiante ou à l'excès d'éclairement de la photocathode, dérives du gain. Or la connaissance précise du nombre de particules stockées ou des durées de vie s'avère absolument nécessaire lors de l'analyse des expériences. On ne saurait donc apporter trop de soin à ces mesures.

Avec un nombre assez élevé de particules -quelques centaines de mille- le photomultiplicateur peut être remplacé par une simple cellule photoélectrique. On peut aussi utiliser alors des électrodes de pick-up électrique qui présentent l'avantage de donner un signal indépendant de l'énergie et, pour une géométrie convenable, indépendant de la position des faisceaux.

A - CARACTERISTIQUES DE LA LUMIERE SYNCHROTRON

Vu la longueur des paquets dans AdA et le nombre de particules stockées, seul a de l'importance le rayonnement incohérent des électrons, c'est-à-dire le rayonnement émis par chaque électron pris isolément. En effet, *le rayonnement cohérent* est approximativement donné par (L. I. Schiff [23]):

$$\Delta E_{\gamma\,\text{cohérent}} = 5 \left(\frac{b}{2\rho_0}\right)^2 \frac{r_0}{\rho_0} \frac{N}{k} \left(8 \frac{\Lambda^2}{k^2} \overline{\psi^2}\right)^{-\frac{4}{3}} m_0 c^2$$

où

ΔE_γ est l'énergie rayonnée par particule et par tour

N est le nombre total de particules dans le faisceau

b est la hauteur de la chambre à vide

$\overline{\psi^2}$ est la variance des oscillations de phase synchrotron

Λ est le facteur circonférentiel

Dans AdA :

$$b \approx 4 \text{ cm} \quad \rho_0 = 58 \text{ cm} \quad N = 5\ 10^7 \quad k = 2 \quad \Lambda = 1,12$$

$$\sqrt{\overline{\phi^2}} = 0,27$$

d'où :

$$\Delta E_{\gamma \text{cohérent}} = 3,7\ 10^{-3} \text{ eV}$$

valeur extrêmement faible.

Le rayonnement incohérent des électrons, dû à la force centripète qu'exerce le champ magnétique, se calcule dans la théorie classique de l'électromagnétisme (voir par exemple J. D. Jackson [24]).

(i) Energie totale rayonnée par tour.

La puissance rayonnée par une particule d'énergie $E = \gamma\ m_0 c^2$ tournant sur un cercle de rayon ρ est :

$$P_\gamma = \frac{e^2 c}{6\pi\varepsilon_0} \frac{\gamma^4}{\rho^2} \qquad \text{(MKS rationalisé)}$$

L'énergie rayonnée par tour est donc :

$$\Delta E_\gamma = \int_{(C)} P_\gamma\ dt = \int_{(C)} P_\gamma \frac{ds}{c} = \frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0} \gamma^4\ L < \rho^{-2} >$$

d'où la formule pratique :

$$\Delta E_{\gamma(\text{KeV})} = 88,5\ E^4_{(\text{BeV})}\ R_{(m)}\ < \rho^{-2} >_{(m^{-2})}$$

En appliquant cette formule à la structure magnétique d'AdA, on trouve :

$$\Delta E_\gamma = 0,206 \left(\frac{E_{\text{MeV}}}{195}\right)^4 \qquad \text{(keV)}$$

On a pu vérifier approximativement cette loi en E^4. En modulant profondément et rapidement la tension de la cavité radio-fréquence, une fraction des particules stockées quitte le domaine de stabilité des oscillations synchrotron et spiralise progressivement jusqu'à venir frapper la paroi interne de la chambre à vide. A l'aide d'un scintillateur plastique on peut mesurer le temps $\Delta t(E)$ qui s'écoule entre l'instant du "décrochage" de ces particules, qui par la suite restent bien groupées, et celui où elles frappent la chambre.

Le temps de spiralisation est lié, à travers le facteur de compression des quantités de mouvement, à la perte d'énergie par tour due au rayonnement et en permet une détermination expérimentale.

Dans l'analyse de ces mesures, on a admis que l'énergie totale cédée aux particules par la cavité radio-fréquence pendant les quelques dizaines de microsecondes que dure la spiralisation est petite comparée à l'énergie rayonnée à cause du glissement continu de la phase. On peut donc considérer que la pas de spiralisation par tour, c'est-à-dire en 14 ns, est :

$$\Delta\rho = \bar{\alpha} \frac{L}{2\pi} \frac{\Delta E_\gamma}{E}$$

Ce pas ne reste pas constant à chaque tour puisque E varie, et $\bar{\alpha}$ aussi probablement. Mais, dans le domaine d'énergie où il n'y a pas de saturation de l'aimant, on a en tout point de la chambre à vide, pour deux valeurs I_1 et I_2 du courant dans l'aimant :

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{E_1}{E_2} = \text{Cte}$$

et l'on prévoit rigoureusement :

$$dt \propto E^{-3}\, d\rho \qquad \text{ou encore} \qquad \Delta t \propto I^{-3}$$

Les valeurs de Δt ont été mesurées pour diverses intensités I. Les résultats sont montrés sur la figure 20. Les barres d'incertitude ont deux origines :

1/ la cavité radio-fréquence ayant un Q voisin de 600 et une période de 7 ns, il faut une dizaine de microsecondes pour réduire son niveau d'un ordre de grandeur. Or la mesure de Δt a été faite à l'aide d'un oscilloscope dont le déclenchement était commandé par l'enveloppe du signal radio-fréquence : il en résultait un retard de l'ordre d'une dizaine de microsecondes entre le déclenchement de la mesure de Δt et le moment où les particules commencent effectivement à spiraliser. Cette erreur systématique joue surtout dans le cas où Δt est petit. Elle est très probablement à l'origine de la non-linéarité observée pour les grandes valeurs de I^3.

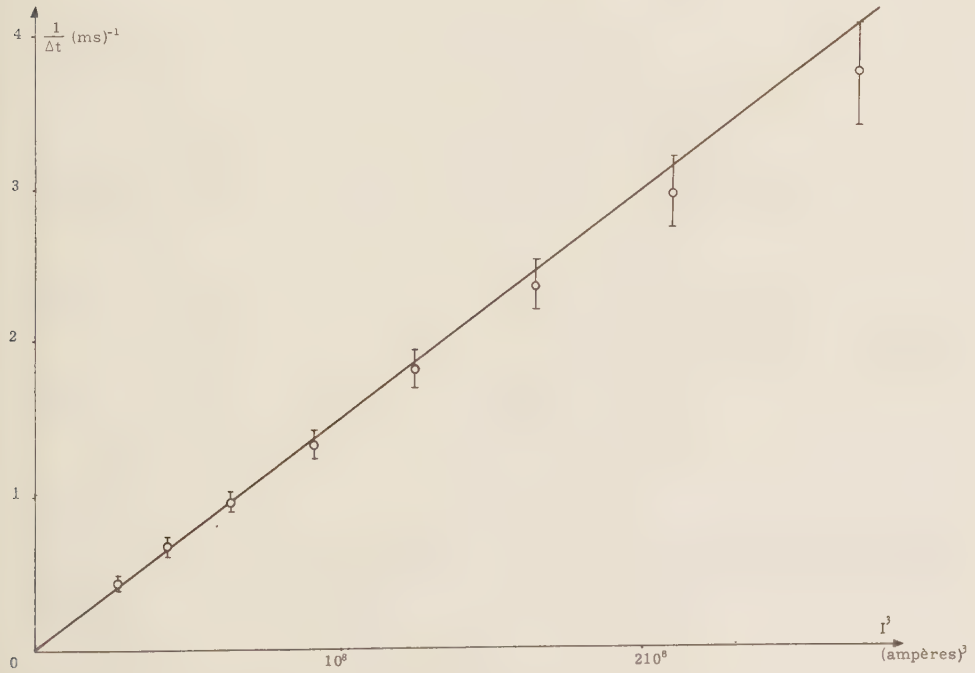


Figure 20 - Durée de la spiralisation en fonction du courant dans l'aimant d'AdA : $\frac{1}{\Delta t} = f(I^3)$.

2/ les particules qui ont spiralisé ne viennent pas toutes frapper la chambre à vide exactement au même instant ; il en résulte une incertitude sur le temps de spiralisation qui s'est révélée être de 5 % environ.

On voit que les valeurs de Δt mesurées apparaissent bien inversement proportionnelles aux cubes des intensités. Quant à la pente de la droite obtenue, à savoir $0,7\ 10^5\ A^3$ s, elle est en bon accord avec celle que l'on peut calculer à partir du coefficient de compression des quantités de mouvement $\bar{\alpha}$ et de l'énergie rayonnée par tour ΔE_γ. Soit I l'intensité du courant dans l'aimant et $\frac{a}{2}$ la demi-largeur de la chambre à vide :

$$W_{MeV} = 0,276\ \frac{a}{2\bar{\alpha}R}\ I_A$$

est l'énergie totale que perdent les particules au cours de la spiralisation.

L'énergie moyenne rayonnée par tour est :

$$\overline{\Delta E_{\gamma MeV}} = 0,206\ 10^{-3}\ \left(\frac{\bar{E}_{MeV}}{195}\right)^4\ \frac{58}{\left(58 - \frac{a}{4}\right)}$$

$$\bar{T}_s = \frac{407,3 - \pi\ \frac{a}{2}}{3\ 10^{10}}$$

est la durée moyenne d'un tour. D'où :

$$\Delta t = \bar{T}\ \frac{W}{\Delta E_\gamma} = 0,83\ 10^5\ I^{-3} \qquad (I \text{ en A et } \Delta t \text{ en s})$$

pour $\frac{a}{2} = 2,9$ cm, distance de la paroi de la chambre à vide à l'orbite d'équilibre là où elle en est le plus proche. On a pris $\bar{\alpha} = 2,15$ pour ce calcul, mais il est certain que ce coefficient ne reste pas exactement constant tout au long de la spiralisation : le résultat ne peut donc être qu'approximatif.

(ii) Spectre du rayonnement.

Le spectre du rayonnement synchrotron a été calculé par J. Schwinger [28] qui a montré que :

$$\frac{dP(\varepsilon)}{d\varepsilon} = \frac{3^{5/2}\ P_\gamma}{8\pi\varepsilon_c}\ \varepsilon \int_{\varepsilon/\varepsilon_c}^{\infty} K_{5/3}(u)\ du$$

où :

$\varepsilon_c = \frac{3}{2}\frac{\hbar c}{\rho}\gamma^3$ est l'énergie du "photon critique";

$\frac{dP(\varepsilon)}{d\varepsilon}$ est la puissance rayonnée dans l'intervalle d'énergie ε, $\varepsilon + d\varepsilon$ par une particule d'énergie $\gamma m_0 c^2$ tournant sur un cercle de rayon ρ;

$K_{5/3}$ est une fonction de Bessel modifiée de seconde espèce.

De l'expression $\frac{dP(\varepsilon)}{d\varepsilon}$, on déduit le nombre de photons $\frac{dN}{d\lambda}$ émis par seconde dans l'intervalle de longueur d'onde λ, $\lambda + d\lambda$:

$$\frac{dN}{d\lambda} = \frac{dP}{\varepsilon d\lambda} = \frac{dP}{hc\,d\varepsilon} = \frac{3^{5/2}}{8\pi}\frac{P_\gamma}{hc}\left(\frac{\lambda_c}{\lambda}\right)^2 \int_{\lambda_c/\lambda}^{\infty} K_{5/3}(u)\,du$$

où λ_c est la longueur d'onde du photon critique $\left(\lambda_{c(\text{Å})} = 5,59\,\frac{\rho_{(m)}}{E^3_{(BeV)}}\right)$.

En remplaçant P_γ par son expression donnée plus haut et en choisissant l'angström comme intervalle $d\lambda$, on obtient :

$$dn = 1,442\ 10^{-5}\,\frac{\gamma^4}{\rho^2}\left(\frac{\lambda_c}{\lambda}\right)^2 \int_{\lambda_c/\lambda}^{\infty} K_{5/3}(u)\,du$$

dn = nombre de photons émis par seconde dans un intervalle de longueur d'onde d'un angström,

ρ = rayon de courbure exprimé en mètres.

On voit que la distribution spectrale réduite s'exprime à partir de $\frac{\lambda_c}{\lambda}$ par une fonction universelle. Elle se calcule à partir de $\int_x^{\infty} K_{5/3}(u)\,du$. D. Tomboulian et P. Hartman [25] ainsi que J. D. Jackson [24] ont donné des courbes permettant de calculer cette distribution spectrale dans le domaine de plus grand intérêt. A. Roche [26] a tracé les courbes $\frac{dn}{d\lambda}(\lambda)$ et $\frac{dP}{d\lambda}(\lambda)$ dans le cas d'AdA pour deux valeurs particulières de E : 165 et 120 MeV. En gros, la puissance rayonnée $\frac{dP}{d\varepsilon}$ varie comme $A\varepsilon^{1/3}$ pour des valeurs de ε inférieures à $2\varepsilon_c$; au-delà de cette valeur, très peu d'énergie est rayonnée. La constante multiplicative A dépend de ρ mais pas de E.

A l'aide de cette distribution spectrale on peut calculer la variation du courant électrique i fourni par le photomultiplicateur détectant la lumière synchroton en fonction de l'énergie des particules stockées. En choisissant un photomultiplicateur dont la photocathode a une réponse S - 11, le courant i est approximativement proportionnel à $\int_{3600}^{5500} dn$. Utilisant les courbes de D. Tomboulian [27] et de J. D. Jackson [24], on prévoit la variation i(E) tracée sur la figure 21 pour E variant de 195 MeV à 40 MeV. Dans ce domaine d'énergie, $\frac{\lambda_c}{\lambda}$ varie de 0,1 à 10 environ. On peut voir, sur la même figure, les points expérimentaux normalisés pour E = 195 MeV. L'accord est bon dans l'ensemble : on observe la saturation du signal lorsque $\lambda \gg \lambda_c$ et sa chute rapide lorsque $\lambda \ll \lambda_c$. On remarque cependant un petit écart systématique aux environs de 100 MeV. Cet écart vient très probablement du fait suivant : le hublot de verre à travers lequel sort la lumière synchrotron joue, par endroits, le rôle d'analyseur pour cette lumière qui est très fortement polarisée (voir plus loin le paragraphe iii) et un léger déplacement du faisceau, ou la simple évolution du degré de polarisation en fonction de E, peut modifier un peu l'efficacité du filtrage.

(iii) Distribution angulaire.

La distribution angulaire du rayonnement synchrotron *total dans son ensemble* est donnée par :

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2 c}{16\pi^2 \varepsilon_0 \rho^2} \frac{(1 - \beta \cos \chi)^2 - (1 - \beta^2) \sin^2 \chi \cos^2 \varphi}{(1 - \beta \cos \chi)^5} \qquad \text{(MKS rationalisé)}$$

La signification des angles χ et φ est donnée sur la figure 22.

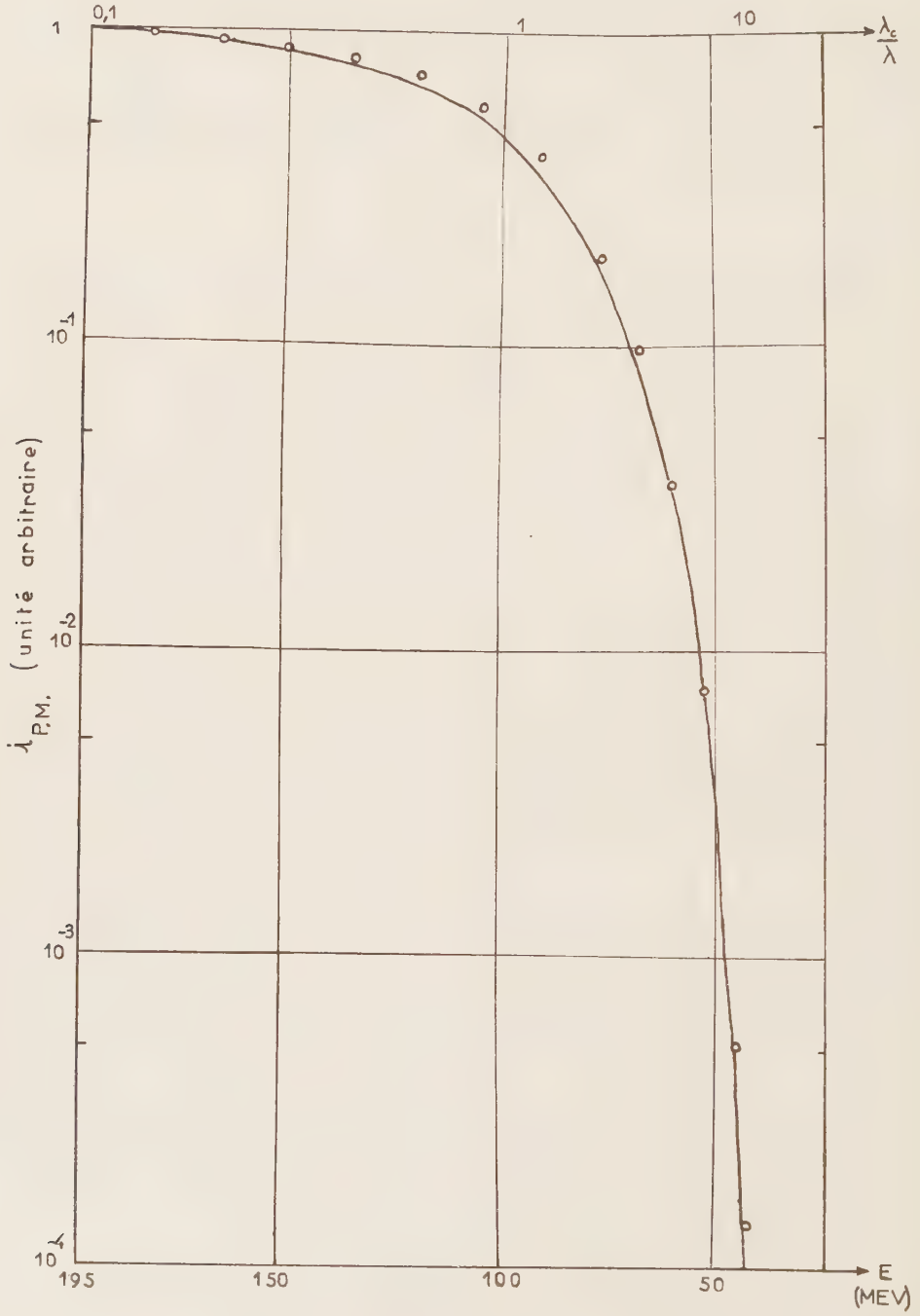


Figure 21 - $i_{P.M.} = f(E)$. Courbe théorique et points expérimentaux.

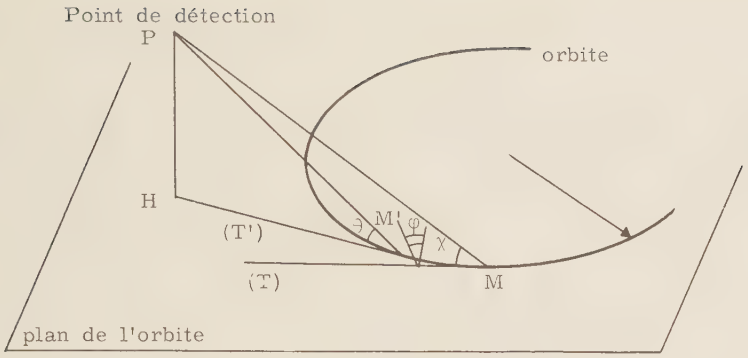


Figure 22

(T) et (T') sont deux tangentes à l'orbite
φ est l'angle dièdre que forme le plan de l'orbite avec le plant ((T), MP).

La distribution angulaire du rayonnement *monochromatique* est plus compliquée. J. Schwinger [28] et J. D. Jackson [24] ont donné l'expression exacte de $\frac{d^2P}{d\lambda\, d\Omega}(\theta)$, *puissance émise,* par unité d'angle solide, *au voisinage d'une direction faisant l'angle* θ *avec le plan de l'orbite* (voir figure 22). La quantité $\frac{d^2P}{d\lambda\, d\Omega}(\theta)$ qui est obtenue après intégration sur la trajectoire complète de l'électron est directement mesurable, alors que $\frac{d^2P(\chi,\lambda)}{d\lambda\, d\Omega}$ est très difficile à atteindre expérimentalement. D. Tomboulian et P. Hartman [25] ont fait des mesures de distributions angulaires. P. Joost [29] a observé l'état de polarisation du rayonnement en fonction de l'angle θ.

La distribution angulaire du rayonnement synchrotron ressemble à une gaussienne, et peut être caractérisée par un angle critique θ_c au-delà duquel peu d'énergie est rayonnée. Selon J. D. Jackson :

pour $\lambda \sim \lambda_c$ $\quad \theta_c \sim \gamma^{-1}$

pour $\lambda \gg \lambda_c$ $\quad \theta_c \sim \gamma^{-1}\left(\frac{2\lambda}{\lambda_c}\right)^{1/3}$

pour $\lambda \ll \lambda_c$ $\quad \theta_c \approx \gamma^{-1}\left(\frac{2}{3}\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^{1/2}$

Dans ce dernier cas, $P(\theta)$ est très voisin d'une gaussienne et θ_c est l'angle pour lequel l'intensité est réduite par le facteur e par rapport à son maximum.

Selon les courbes de D. Tomboulian et P. Hartman,

$$\theta_c \approx \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^{1/2}$$

pour $\lambda \sim \lambda_c$ (cf. référence 27).

On remarque que pour une longueur d'onde λ fixée, l'angle critique ne varie presque pas en fonction de l'énergie lorsque λ est supérieur à λ_c ou du même ordre de grandeur, puisque λ_c varie comme E^{-3}.

On a mesuré la distribution angulaire du rayonnement synchrotron à l'aide du microphotomètre décrit dans le chapitre III § D. On utilisait un filtre λ = 4100 Å, $\Delta\lambda$ = 200 Å. La lumière synchrotron est très fortement polarisée parallèlement au plan de l'orbite, et malheureusement le hublot de la chambre à vide à travers lequel elle sortait, jouait le rôle d'analyseur au voisinage immédiat de $\theta = 0$. Il en résulte que les courbes obtenues ont l'allure de gaussiennes dont la partie centrale aurait été partiellement tronquée. Mais la partie affectée par ce filtrage n'est pas large ; on a pu utiliser très facilement les tangentes de pente maximale pour déterminer les écarts-types de ces (quasi) gaussiennes et en déduire l'angle critique θ_c correspondant à une réduction de l'intensité par le facteur e.

Les résultats obtenus sont les suivants :

Energie des particules stockées	195 MeV	105 MeV	75 MeV
λ_c	446 Å	2860 Å	7840 Å
λ/λ_c	9,2	1,44	0,52
θ_c mesuré	$5,8\ 10^{-3}$ rad	$5,4\ 10^{-3}$ rad	$5,1\ 10^{-3}$ rad
θ_c prédit théoriquement	$\sim 6,9\ 10^{-3}$ rad	$5,8\ 10^{-3}$ rad	$5,4\ 10^{-3}$ rad

La formule théorique $\theta_c = \gamma^{-1} \left(\frac{2\lambda}{\lambda_c}\right)^{1/3}$ a été utilisée dans le cas $\lambda = 9,2\ \lambda_c$, et $\theta_c = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^{1/2}$ dans les deux autres cas où $\lambda \sim \lambda_c$. Ces formules ne sont qu'approchées et l'on voit que l'accord avec les valeurs mesurées est bon. On remarque en particulier que θ_c ne diminue que de 13 % alors que λ/λ_c est réduit par un facteur 20 environ.

B - SELECTION ET MODE D'EMPLOI DES PHOTOMULTIPLICATEURS(*)

Dans AdA, lorsque l'énergie E des particules stockées est supérieure à 105 MeV, le rayonnement synchrotron a une longueur d'onde critique inférieure à 0,3μ. Dans ces conditions, le nombre de photons émis dans un intervalle de longueur d'onde constant situé dans le domaine $\lambda > 0,3\mu$ est à peu près indépendant de l'énergie E. Ce nombre peut être calculé à partir de la courbe donnée par J. D. Jackson (voir le paragraphe A iii précédent). Il est de l'ordre de 200 photons s^{-1} $Å^{-1}$ par cm d'orbite au voisinage de $\lambda = 0,44\mu$ (cf. aussi référence 26).

(*) L'abréviation "P. M." a été fréquemment utilisée dans la suite de ce paragraphe pour alléger un peu le texte.

En choisissant un photomultiplicateur ayant une photocathode du type S - 11 ou analogue, on détecte ces photons avec une efficacité moyenne voisine de 10 % dans l'intervalle 3 600 Å - 5 500 Å. Le rayon de courbure de l'orbite étant de 58 cm, il est facile de recevoir sur la photocathode la lumière émise sur 1 cm d'orbite. *Le courant d'électrons émis par la photocathode est alors 0,7 10^{-14} A par électron stocké. Utilisant un photomultiplicateur dont le gain en courant est 10^7 on obtient donc un courant total de 70 nA, très facile à mesurer, pour un seul électron circulant.*

Le rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$ dépend essentiellement de l'émission électronique froide de la photocathode. Pour une photocathode du type S - 11, le courant provenant de cette émission spontanée est de l'ordre de 10^{-15} A cm^{-2} à 20°C, soit 6 000 électrons cm^{-2} s^{-1}, et peut atteindre une valeur 2 ou 3 fois plus basse dans certains P. M. convenablement sélectionnés (à sensibilités égales). La firme EMI fabrique des photomultiplicateurs ayant une photocathode du type "S" spécialement traitée, dont la sensibilité est inférieure de quelques % seulement à celle des photocathodes S - 11 mais dont l'émission thermique est réduite d'un ordre de grandeur.

Les qualités recherchées de sensibilité de photocathode, de courant d'obscurité et de facteur d'amplification de courant se trouvent réunies dans plusieurs types de photomultiplicateurs, en particulier les photomultiplicateurs 6 810 A RCA, 56 AVP Dario et 9 536 S EMI ; encore faut-il faire un tri parmi ces P.M. pour sélectionner ceux qui, à sensibilités égales, ont les courants d'obscurité les plus bas.

La figure 23 montre la courbe enregistrée du courant fourni par un photomultiplicateur 9 536 S EMI sélectionné par le fabricant, en présence de 5 puis 4, 3, 2, 1 et 0 électrons stockés à l'énergie 195 MeV. La haute tension du P.M. était 1 935 volts, répartie à l'aide d'une chaîne de résistances linéaire. La longueur d'orbite vue par le P. M. était 0,65 cm. On voit que le courant d'obscurité était 28 nA seulement, alors que le courant correspondant à 1 électron stocké était 162,5 nA. Le rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$ que l'on a observé est en bon accord qualitatif avec les caractéristiques du P. M. données par le fabricant.

On peut voir sur la même figure la façon pratique d'étalonner le P. M. en partant d'un petit nombre de particules stockées et en les perdant *une par une* à l'aide d'une modulation convenable de la tension radio-fréquence. Il est facile d'obtenir ainsi une précision supérieure à 1 % sur le courant moyen correspondant à un électron stocké.

Lorsque le nombre de particules stockées est grand, la façon la plus commode de réduire la sensibilité du système de détection est de diminuer la tension d'alimentation du P. M. Sur AdA, les P. M. utilisés habituellement étaient des 6 810 A-RCA dont le gain était réduit 5 ou 6 fois d'un ordre de grandeur au fur et à mesure que l'on stockait des particules. Partant d'une haute tension de 2 000 V, la tension finale n'était plus que de 750 V environ. Le courant fourni par le P. M. était alors voisin de 2,5 10^{-14} A/particule.

On a vérifié que le courant des P. M. utilisés était proportionnel à 1 % près au flux lumineux reçu par la photocathode(*) jusqu'à la valeur de

---

(*) Je suis très reconnaissant à Mr A. Roche de m'avoir prêté l'appareil qu'il a construit pour faire de telles mesures. Cet appareil est décrit dans la référence 30.

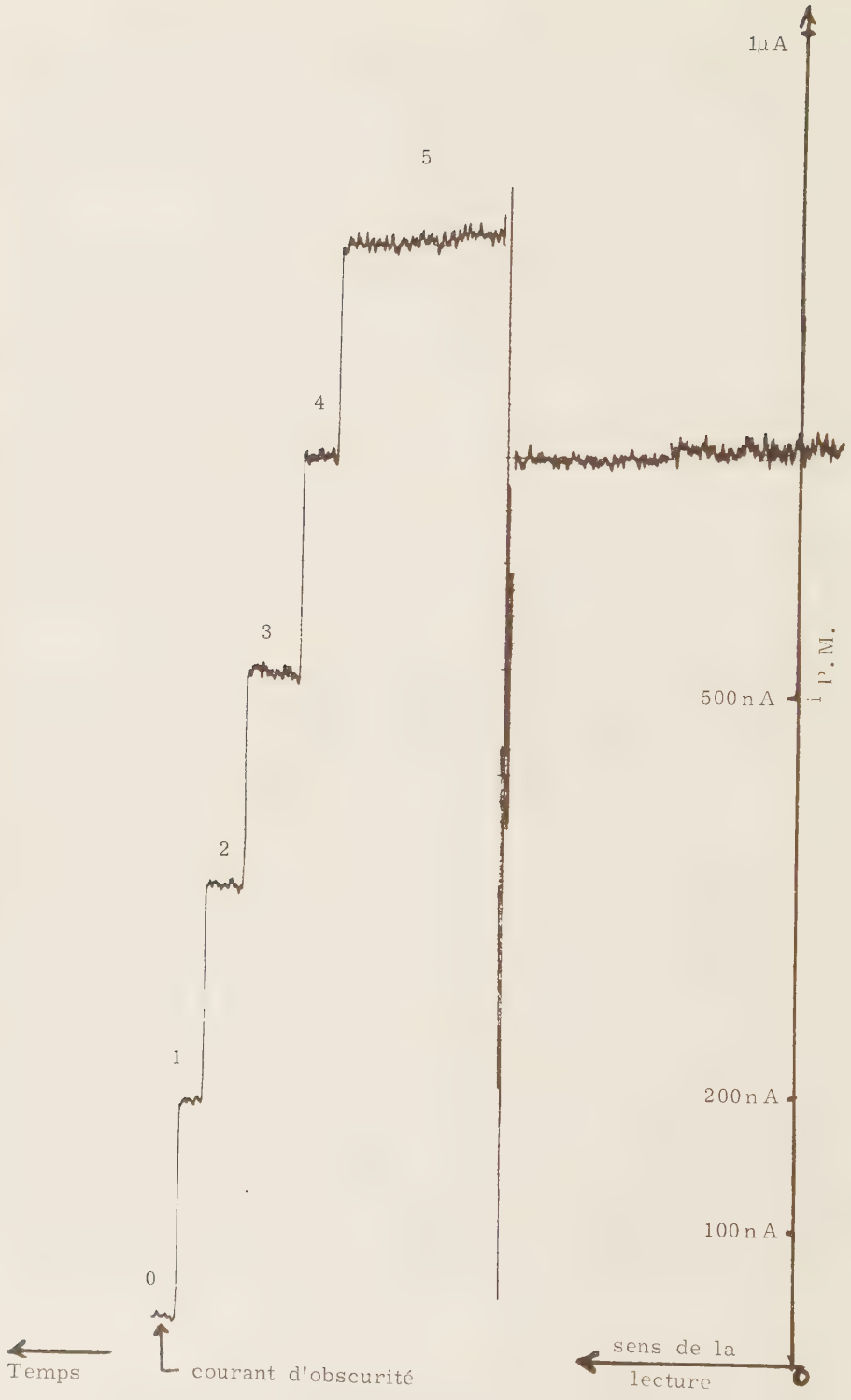


Figure 23 - Perte de 5 électrons un par un.

2,5 μA, même lorsque le P. M. travaille sous une tension aussi basse que 750 volts. A cette tension, la facteur d'amplification de courant n'est plus que de l'ordre de 10. Avec un bon P. M. le courant d'obscurité est alors négligeable.

En présence d'une très forte intensité de lumière synchrotron, il peut être nécessaire de placer un ou plusieurs filtres devant la photocathode. Quelques essais d'atténuation ont été faits avec un empilement de grilles très fines pour tamis, qui ont l'avantage de ne pas se détériorer sous l'action de la radioactivité. Cette méthode semble tout à fait satisfaisante.

La mesure des intensités des faisceaux stockés à l'aide de photomultiplicateurs peut présenter quelques difficultés par suite des dérives de gain et des changements de courants d'obscurité.

Deux sortes de dérives de gain ont été observées :

- celles qui suivent tout changement brutal de tension d'alimentation du P. M. ou d'illumination de la photocathode. Ces dérives ont des constantes de temps de l'ordre de la minute dans la plupart des P. M., mais leur amplitude varie beaucoup d'un P. M. à l'autre : de 3 % environ dans certains, elle peut dépasser 20 % dans d'autres. Ces dérives ne sont pas gênantes dans la mesure où l'on peut attendre plusieurs minutes avant de faire la lecture du courant;

- des dérives ayant de longues constantes de temps que l'on observe lorsqu'on éclaire le P. M. pendant des heures d'affilée avec un flux lumineux constant. Ces dérives atteignent souvent 1 % par heure. Les expériences auprès d'un anneau de stockage pouvant durer un jour ou deux, on voit que de telles dérives sont indésirables si l'on ne veut pas avoir à contrôler l'étalonnage du P. M. plusieurs fois au cours d'une série d'expériences. C'est pourquoi il est important de bien sélectionner le P.M. à ce point de vue.

Des variations gênantes de courant d'obscurité n'ont été observées que sur le photomultiplicateur utilisé pour détecter la lumière synchrotron émise par les électrons stockés. Pendant les remplissages d'AdA, ce P. M. était soumis à une radioactivité intense et à de fortes illuminations provenant (indirectement) du faisceau de l'accélérateur. Il s'ensuivait que l'étalonnage était assez incertain après les diverses réductions de gain. Plusieurs fois, on a pu faire des contrôles à la fin des expériences : ces contrôles ont révélé des erreurs d'étalonnage pouvant atteindre un facteur 2. Cependant les mesures de "durées de vie AdA" (cf. chapitre V § C) du faisceau stocké d'électrons faites avec ce P.M. permettaient de s'assurer que son gain restait stable une fois l'accélérateur arrêté et de l'étalonner par comparaison avec le P.M. détectant les positrons.

Le photomultiplicateur détectant les positrons était bien protégé du faisceau de l'accélérateur. Le courant fourni par ce P. M., par positron stocké, s'est révélé à peu près constant au cours de nombreux mois d'expériences. Les réductions de gain se faisaient par des étapes identiques ou presque d'une fois à l'autre. Les mesures de contrôle faites à la fin de certaines séries d'expériences ont montré chaque fois que l'étalonnage était correct à quelques % près.

V - DURÉES DE VIE

L'un des caractères les plus originaux d'un anneau de stockage est évidemment le fait que l'on peut y conserver des particules de haute énergie pendant des périodes de temps qui sont, en général, de plusieurs ordres de grandeur supérieures à la durée d'un cycle d'accélération dans un synchrotron conventionnel.

En dehors des périodes d'injection, les nombres de particules stockées N_+ et N_- décroissent progressivement, d'une façon que l'on peut considérer comme exponentielle si l'on considère une période de temps pas trop longue (quelques minutes). Pendant le temps dt, les pertes de particules sont proportionnelles aux nombres de particules alors stockées, et l'on pose :

$$dN_+ = -N_+ \frac{dt}{\tau_+} \qquad dN_- = -N \frac{dt}{\tau_-}$$

τ_+ et τ_- *sont les "durées de vie" instantanées de chacun des faisceaux,* durées de vie qui peuvent dépendre évidemment d'un grand nombre de facteurs : énergie, tension radio-fréquence, pression... qui seront passés en revue plus loin.

Les durées de vie jouent un rôle essentiel dans l'exploitation d'un anneau de stockage pour plusieurs raisons :

1/ Lors de l'injection, le remplissage qui se fait à la vitesse $u = \frac{dN}{dt}$ est en compétition avec les pertes de particules $\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau}$. *Il en résulte une saturation dont le niveau maximum est* $N = \tau u$.

Dans le cas d'AdA, les vitesses d'injection des électrons et des positrons étant à peu près égales, le produit $N_+ N_-$ = L maximum que l'on puisse atteindre est :

$$L_{max} = (N_+ N_-)_{max} = \tau^2 u^2$$

Or, lorsque le nombre de particules déjà stockées est élevé, on a (*) :

$$\tau \approx (\alpha N)^{-1}$$

(*) Le coefficient α qui figure dans les formules qui suivent ne doit pas être confondu avec le coefficient de compression des quantités de mouvement.

d'où :

$$L_{max} = (N_+ N_-)_{max} \approx \alpha^{-1} u$$

Il s'agit évidemment de la valeur maximale que l'on obtiendrait en remplissant l'anneau simultanément d'électrons et de positrons jusqu'à saturation, chaque type de particules avec la vitesse u. En pratique, on injecte tour à tour électrons et positrons, avec une vitesse de 4 000 particules par seconde environ : cela revient, en gros, à un remplissage simultané avec $u = 2\,000\ s^{-1}$. En se plaçant dans les conditions optimales d'injection ($E \approx 200$ MeV), on a $\alpha \approx 2,8\ 10^{-12}\ s^{-1}$ (en absence de couplage), d'où $L_{max} \approx 7\ 10^{14}$. En pratique, on arrête le remplissage lorsque L est compris entre 3 et $4\ 10^{14}$ (Grâce au petit quadrupôle de couplage -utilisé à partir de décembre 1963- la saturation devient beaucoup moins gênante ; cependant il n'est pas apparu intéressant de consacrer au remplissage plus de temps d'affilée pour chercher à obtenir L supérieur à $4\ 10^{14}$).

2/ Partant de la valeur L_0 du produit $N_+ N_-$, à l'instant $t = 0$, le nombre *total* n d'interactions qui ont lieu entre les deux faisceaux est proportionnel aux durées de vie. De façon plus précise :

$$n \propto \int_0^\infty N_+(t)\, N_-(t)\, dt = \frac{\tau_+ \tau_-}{\tau_+ + \tau_-} L_0$$

où τ_+ et τ_- sont les durées de vie respectives de chacun des faisceaux, supposées constantes.

Si l'on suppose, de façon plus réaliste(*) : $\frac{1}{\tau_\pm} = p + \alpha N_\pm$ on a :

$$N(t) = N_0\, e^{-pt} \frac{1}{1 + \frac{\alpha N_0}{p}(1 - e^{-pt})}$$

Lorsque la pression moyenne dans la chambre à vide est voisine de 10^{-9} Torr, on a $\frac{1}{p} \sim 20$ heures. Souvent les mesures ne durent qu'un temps assez court par rapport à cette constante de temps. On peut alors écrire :

$$N(t) \approx \frac{N_0}{1 + \alpha N_0 t} \qquad \left(t << \frac{1}{p}\right)$$

Si, de plus, on suppose que le remplissage est tel que $N_{0_+} = N_{0_-} \gg \frac{p}{\alpha}$, cette formule montre que l'on a perdu la moitié des particules au bout du temps $\frac{1}{\alpha N_{0_\pm}}$: le taux de comptage est alors le quart seulement de ce qu'il était au début. Lorsque l'on arrête là les mesures, on a :

$$n \propto \int_0^{\frac{1}{\alpha N_0}} N_+(t)\, N_-(t)\, dt = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{L_0}}{\alpha}$$

(*) Pour tenir compte de "l'effet AdA" étudié à la fin de ce chapitre.

3/ Dans les expériences sur les collisions où l'on utilise des détecteurs, une fraction du bruit de fond -souvent la plus importante- provient des particules des faisceaux qui se perdent. Le taux de ces pertes étant inversement proportionnel à τ_+ et τ_- respectivement pour chacun des faisceaux, on voit que pour cette raison encore, on a intérêt à rendre les durées de vie aussi longues que possible.

Si l'on cherche à détecter une réaction du type $e^+ + e^- \longrightarrow a + \bar{a}$ (voir par exemple chapitre VI § B), à l'aide de deux télescopes de compteurs en coïncidence, on aura :

$$\text{signal} \quad \propto \quad N_+ N_-$$

$$\text{bruit} \quad \propto \quad \Delta t \frac{N_+}{\tau_+} \frac{N_-}{\tau_-}$$

d'où :

$$\frac{\text{signal}}{\text{bruit}} \quad \propto \quad \frac{\tau_+ \tau_-}{\Delta t}$$

où Δt est le temps de résolution du circuit de coïncidence. Enfin, *si les conditions sont telles que c'est "l'effet AdA" qui impose les durées de vie, la formule précédente devient :*

$$\frac{\text{signal}}{\text{bruit}} \quad \propto \quad \frac{1}{\Delta t \, \alpha^2 N_+ N_-}$$

et l'on constate qu'en augmentant le produit $N_+ N_-$ on se place dans de meilleures conditions quant aux fluctuations statistiques, mais dans de mauvaises conditions quant au rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$.

A priori, les durées de vie sont limitées par les interactions des particules avec :

- *le gaz résiduel dans la chambre à vide ;*
- *le champ électromagnétique (rayonnement synchrotron et ses fluctuations) ;*
- *les particules appartenant à un même paquet.*

Les interactions faisceau-faisceau seront étudiées au chapitre VI § A.

A - LIMITATIONS DUES AU GAZ RESIDUEL

Les évènements qui peuvent causer l'éjection d'un électron du faisceau par interaction avec le gaz résiduel sont évidemment d'origine électro-magnétique :

- diffusions élastiques ou inélastiques sur les noyaux ;
- diffusions élastiques ou inélastiques sur les électrons atomiques.

Les diffusions multiples peuvent jouer un rôle sur les dimensions des faisceaux (chapitre III § D iii) mais non sur les durées de vie, car elles donnent lieu à des effets trop petits. Seules les diffusions "accidentelles" doivent donc être passées en revue. Pour chaque type j d'entre elles, on peut calculer la section efficace σ_{ij} où i se rapporte à l'espèce atomique considérée, et l'on a :

$$\frac{1}{\tau} = c \sum_i N_i \left(\sum_j \sigma_{ij} \right)$$

où N_i est le nombre d'atomes par cm³ de nombre atomique Z_i (cf. chapitre III § D iii).

1/ Diffusions élastiques sur les noyaux.

La section efficace différentielle de diffusion élastique sur un noyau de nombre atomique Z_i est :

$$d\sigma = \frac{4 r_0^2 Z_i^2}{\gamma^2 \theta^4} d\Omega \qquad \text{(ultra-relativiste et } \sin\theta \approx \theta)$$

Vu l'énergie des électrons et les angles de diffusions, l'effet d'écran des électrons atomiques est négligeable.

$d\sigma$ doit être intégré sur toutes les directions telles que les oscillations bétatron qui prennent naissance par suite de la diffusion ne sont plus contenues dans la chambre à vide. Soit φ l'asimut du plan de diffusion ; $\theta \cos\varphi$ et $\theta \sin\varphi$ sont les projections de l'angle de diffusion sur le plan horizontal (plan de l'orbite) et sur le plan vertical respectivement ; $\lambda_r \theta \cos\varphi$ et $\lambda_z \theta \sin\varphi$ sont les amplitudes des oscillations bétatron, et, dans une machine à focalisation faible où $\lambda_r \sim \lambda_z$, la condition aux limites sur θ et φ est :

$$\frac{\lambda_r^2 \theta^2 \cos^2\varphi}{a^2} + \frac{\lambda_z^2 \theta^2 \sin^2\varphi}{b^2} \geqslant 1$$

pour qu'il y ait perte de la particule. 2a et 2b sont les deux axes de la section de la chambre à vide supposée elliptique. Les intégrations sur θ puis sur φ sont immédiates, et conduisent à [31] :

$$\sigma_{i1} = \frac{4 r_0^2 Z_i^2}{\gamma^2} \frac{\pi}{2} \left[\left(\frac{\lambda_r}{a} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_z}{b} \right)^2 \right]$$

Dans AdA, la présence de la cible interne complique un peu la géométrie ; on a une valeur de σ_1 légèrement par excès -donc τ quelque peu par défaut- en prenant a = b = 2 cm. On obtient :

$$\sigma_{i1} = 1{,}4 \ 10^{-26} \ Z_i^2 \ \text{cm}^2 \qquad \text{à 195 MeV}$$

2/ Diffusions inélastiques sur les noyaux.

Toute diffusion inélastique (bremsstrahlung) où le photon émis emporte une énergie supérieure à ε_{RF}, acceptance en énergie de la cavité radiofréquence, entraîne la perte de l'électron qui rayonne. La section efficace totale de ces évènements est :

$$\sigma_{i2} = \int_{\varepsilon_{RF}}^{\varepsilon - m_0 c^2} \frac{4 r_0^2 Z_i^2}{137} \frac{dk}{k} \left\{ \left[1 + \left(1 - \frac{k}{E} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(1 - \frac{k}{E} \right) \right] \text{Log} \frac{183}{Z^{1/3}} + \frac{1}{9} \left(1 - \frac{k}{E} \right) \right\}$$

où k est l'énergie du γ émis.

$$\sigma_{i2} = \frac{4 r_0^2 Z_i^2}{137} \frac{4}{3} \text{Log} \frac{183}{Z_i^{1/3}} \left(\text{Log} \frac{E}{\varepsilon_{RF}} - \frac{5}{8} \right)$$

On a supposé $\varepsilon_{RF} \ll E$ et de petites approximations (2 à 3 %) ont été faites. Pour E = 195 MeV et ε_{RF} = 0,400 MeV :

$$\sigma_{i2} \approx 8\ 10^{-26}\ Z_i^2\ \text{cm}^2$$

3/ Diffusions élastiques sur les électrons atomiques.

Dans les collisions élastiques d'une particule d'un faisceau avec les électrons du gaz résiduel, ces derniers, vu leur faible masse, peuvent emporter une énergie suffisante pour que la particule incidente quitte le domaine de stabilité des oscillations synchrotron.

Lorsque la particule incidente d'énergie E est déviée d'un petit angle θ, elle cède l'énergie ΔE à l'électron atomique qui recule :

$$\Delta E \sim \frac{E^2\,\theta^2}{2\,m_0\,c^2}$$

On a donc :

$$\Delta E \sim \varepsilon_{RF} \text{ lorsque } \theta \sim \frac{c\sqrt{2 m_0\,\varepsilon_{RF}}}{E} \sim 3\ 10^{-3}\ \text{rad}$$

pour E = 200 MeV et ε_{RF} = 0,400 MeV. Il s'ensuit que même des diffusions à petits angles suffisent pour transférer une énergie supérieure à l'acceptance de la cavité radio-fréquence. Pour ces petites valeurs de θ, les sections efficaces de diffusion élastique $e^- - e^-$ et $e^+ - e^-$ sont très voisines ; dans le système du centre de masse (en considérant les électrons atomiques libres) :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega^*} = 4\ r_0^2 \left(\frac{m_0\,c^2}{E^*}\right)^2 \frac{1}{\theta^{*4}}$$

L'énergie cinétique E_c emportée par l'électron de recul, dans le système de référence du laboratoire est :

$$E_c = \frac{E^*}{m_0\,c^2}\left(E^* - \frac{p^{*2}\,c^2}{E^*}\cos\theta^*\right) - m_0\,c^2 \approx \frac{1}{2}\,\frac{p^{*2}\,\theta^{*2}}{m_0}$$

Par suite :

$$d\sigma = 2\pi\ r_0^2\,\frac{m_0\,c^2\,dE_c}{E_c^2}$$

On vérifie aisément que cette dernière formule est valable à la seule condition que $E_c \ll E$. Elle montre que la section efficace décroît rapidement en fonction de l'énergie transférée E_c. Par conséquent, lorsque le point de fonctionnement de la machine est tel que $E \gg \varepsilon_{RF}$, on peut écrire :

$$\sigma_{ij} \approx 2\pi\ r_0^2\ m_0\ c^2\ Z_i \int_{\varepsilon_{RF}}^{\infty} \frac{dE_c}{E_c^2} = 2\pi\ r_0^2\,\frac{m_0\,c^2}{\varepsilon_{RF}}\ Z_i$$

$$\sigma_{ij} = 6,4\ 10^{-25}\ Z_i \qquad \text{cm}^2\ (\varepsilon_{RF} = 0,400\ \text{MeV})$$

4/ Diffusions inélastiques sur les électrons atomiques.

W. Heitler [32] donne une expression approchée de la section efficace de diffusion inélastique $e^+ - e^-$ ou $e^- - e^-$ lorsque l'une des particules est au repos :

$$d\sigma = \frac{4\, r_0^2\, dk}{137\ k} \left(\frac{E - k}{E}\right) \left[\text{Log} \frac{2E(E-k)}{0{,}8\ m_0 c^2 k} - 1{,}4 \right] \left[\frac{E}{E-k} + \frac{E-k}{E} - \frac{2}{3} \right]$$

où k est l'énergie du photon émis.

Dans l'intégrale $\int_{\varepsilon_{RF}}^{E-m_0c^2} d\sigma$, ce sont les valeurs de k voisines de ε_{RF} qui donnent la majeure contribution ; on peut donc remplacer k par ε_{RF} dans le terme logarithmique, et l'on trouve :

$$\sigma_{i4} \approx \frac{4\, r_0^2}{137}\, Z_i\, \frac{4}{3} \left[\text{Log} \frac{2E^2}{0{,}8\ m_0 c^2\, \varepsilon_{RF}} - 1{,}4 \right] \left[\text{Log} \frac{E}{\varepsilon_{RF}} - \frac{5}{8} \right]$$

Cette section efficace est à rapprocher de σ_{i2}.

Pour E = 195 MeV et ε_{RF} = 0.400 MeV :

$$\sigma_{i4} \approx 2{,}1\ 10^{-25}\ Z_i \qquad \text{cm}^2$$

Finalement la section efficace totale de perte des particules par suite des collisions avec le gaz résiduel est égale à :

$$\sigma_i = 9{,}4\ 10^{-26}\ (Z_i^2 + 9\, Z_i) \qquad \text{cm}^2$$

pour E = 195 MeV et ε_{RF} = 0,400 MeV.

On remarque que :

- *pour $Z_i \approx 7$ (air), les principales contributions viennent du rayonnement de freinage sur les noyaux (σ_{i2}) et des diffusions inélastiques sur les électrons (σ_{i3})*

- *la contribution des électrons est à peu près égale à celle des noyaux pour $Z_i \approx 9$*

- *σ_i varie très lentement en fraction de l'énergie des particules stockées* : en effet, $\sigma_{i2} \propto$ Log E, $\sigma_{i3} \propto E^{-\frac{1}{2}}$ et $\sigma_{i4} \propto$ Log E. Quant à σ_{i1}, cette section efficace varie comme E^{-2}, mais elle ne devient égale à la somme des trois autres que lorsque E ~ 50 MeV.

La figure 24 montre comment varient les durées de vie résultant des divers types de collisions en fonction de l'énergie, en supposant que le gaz résiduel dans la chambre à vide est de l'air à la pression 10^{-9} Torr. On a pris pour ces courbes ε_{RF} = 0,400 MeV.

En utilisant les pressions partielles p_i (en Torr) :

$$\frac{1}{\tau} = 0{,}67\ 10^6 \sum_i (p_i\, Z_i^2 + 9\, p_i\, Z_i) \qquad h^{-1}$$

$$\frac{1}{\tau} = 0{,}67\ 10^6\ p\ (\overline{Z^2} + 9\, \overline{Z}) \qquad h^{-1}$$

où :

$$\overline{Z^2} = \frac{\sum_i p_i\, Z_i^2}{p} \quad \text{et} \quad \overline{Z} = \frac{\sum_i p_i\, Z_i}{p}$$

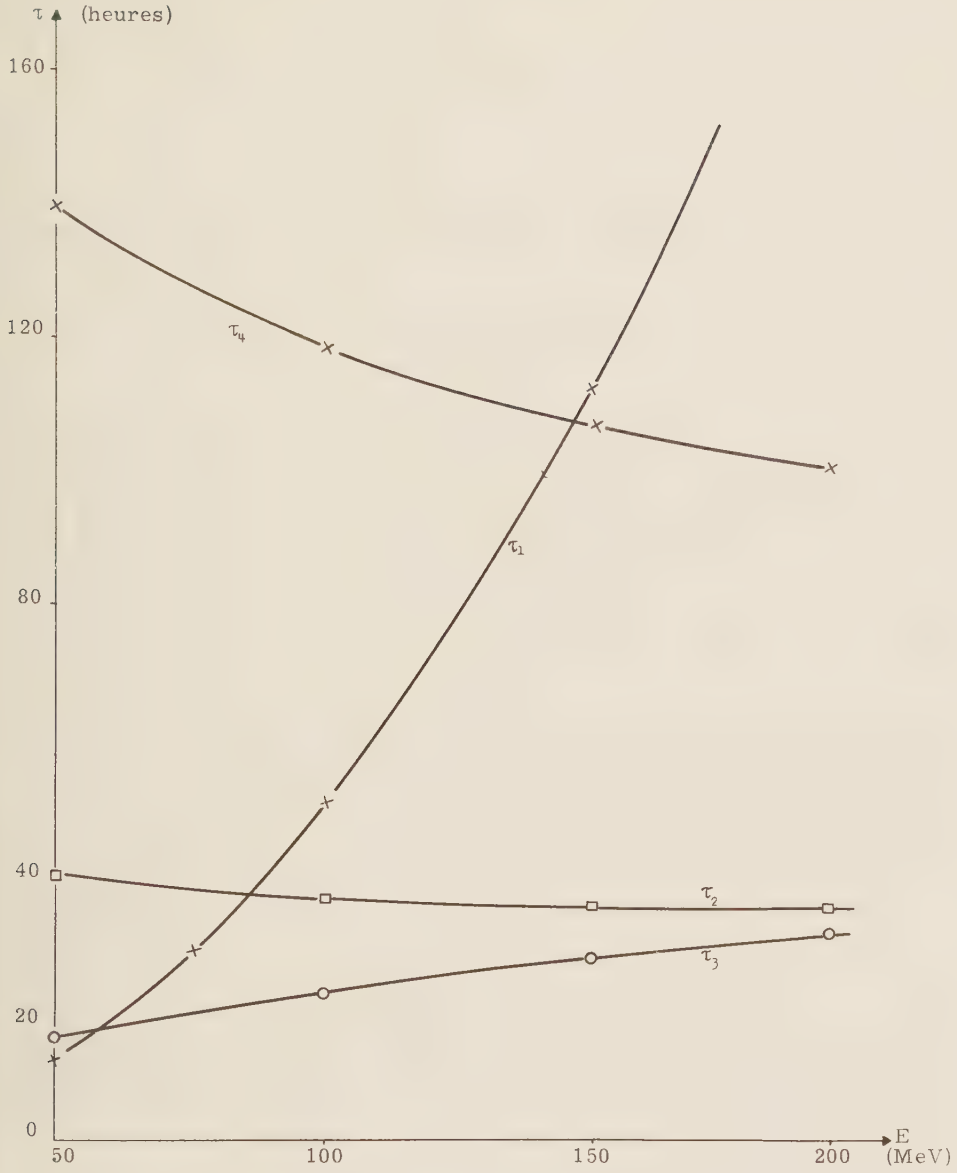


Figure 24 - Durées de vie résultant des divers types de collisions sur le gaz résiduel (air à la pression 10^{-9} Torr).

Expérimentalement, cette durée de vie est celle que l'on observe lorsque le nombre de particules stockées est petit ($N < 5\ 10^5$ pour $E \sim 200$ MeV). Avec la première chambre à vide, après de nombreux mois d'utilisation, on observait :

$$\frac{1}{\tau} = 0,05 \pm 0,02 \qquad h^{-1}$$

lorsque la jauge de pression indiquait 10^{-9} Torr. On en déduit :

$$\frac{p}{p^*} (\overline{Z^2} + 9\overline{Z}) \approx 75$$

où p est la pression moyenne vraie qui règne dans les faisceaux lorsque la jauge indique p^*. Cette dernière relation conduit à une valeur raisonnable de $\overline{Z}$ lorsqu'on suppose $p = p^*$.

On a constaté par ailleurs que cette durée de vie à petits nombres de particules stockées variait très peu en fonction de l'énergie.

Remarques :

1/ Quelques semaines après l'étuvage de la seconde chambre à vide utilisée à Orsay, on observait des durées de vie environ 5 fois plus courtes, et cela pour une même indication de la jauge de pression. Dans la mesure où les deux jauges sont identiques, cette différence révèle que la valeur moyenne de Z dans la nouvelle chambre à vide est un peu supérieure au double de la valeur mesurée dans l'ancienne. Cette hypothèse est très vraisemblable ; Barber et al. [33] ont observé d'importantes variations de composition du gaz résiduel dans la chambre à vide des anneaux de stockage de Stanford, variations qui traduisent une mise en condition de la chambre qui peut prendre plusieurs mois.

En tout cas, des mesures comparées de bremsstrahlung sur le gaz résiduel avec les deux chambres à vide ont confirmé ces différences de composition (ou de pression) : le taux de rayons γ d'énergie supérieure à 70 MeV, par électron stocké, mesuré avec la deuxième chambre à vide est environ 5 fois plus grand que celui mesuré avec la première chambre, pour des indications de jauge analogues ($\approx 10^{-9}$ Torr) (voir chapitre VI § C).

2/ Les durées de vie à petits nombres de particules stockées sont si longues que leur mesure précise est difficile : les lentes dérives possibles de gain des photomultiplicateurs font peser une certaine incertitude difficile à évaluer. Ceci explique la faible précision attribuée à la valeur de τ donnée plus haut. Cependant on pourrait se débarrasser complètement de cette difficulté en observant la décroissance d'un faisceau ne contenant que 100 à 200 particules ; avec un bon enregistreur de courant associé au photomultiplicateur, on peut suivre la décroissance du nombre de particules stockées unité par unité et connaître aussi le nombre total de particules présentes à un instant donné à l'unité près.

B - PERTES PAR FLUCTUATIONS QUANTIQUES

L'émission de la lumière synchrotron est un phénomène aléatoire : il en résulte des fluctuations de l'énergie des particules stockées, fluctuations qui peuvent faire sortir certaines d'entre elles du domaine de stabilité des oscillations synchrotron. R. F. Christy [34] a calculé la durée de vie τ associée à cet effet ; M. Sands [35] a montré que les prédictions théoriques étaient en accord avec les expériences faites sur le synchrotron à électrons du California Institute of Technology. C. Bernardini et B. Touschek [36] ont raffiné l'analyse théorique en recherchant l'importance des termes non li-

néaires. Utilisant les résultats de ces derniers auteurs, on peut mettre τ sous la forme :

$$\tau = \frac{\tau_s}{2\delta} (e^{\delta} - 1 - \delta)$$

où :

$$\delta = \frac{\Omega^2 t_s^2 E^2}{\pi^2 k^2 \tau_s \bar{\alpha}^2 < k_0 P_\gamma >} [2 \cos \Phi_s - (\pi - 2\Phi_s) \sin \Phi_s]$$

Ω est la fréquence angulaire des oscillations synchrotron,

τ_s est la période d'amortissement des oscillations synchrotron,

t_s est la période de révolution des particules,

Φ_s est la phase des particules synchrones,

P_γ est la puissance moyenne rayonnée par particule,

k_0 est relié à l'énergie du photon critique ε_c par :

$$k_0 = \frac{55}{24\sqrt{3}} \varepsilon_c = \frac{55}{16\sqrt{3}} \frac{\hbar c}{\rho} \gamma^3$$

En explicitant tous les termes figurant dans la formule qui donne δ, on obtient :

$$\delta = \frac{16\sqrt{3}}{55\pi} \frac{1}{k \bar{\alpha} \gamma^3} \frac{e \hat{V} \cos \Phi_s}{\hbar c} \frac{< 2\rho^{-2} + R\alpha (1 - 2n) \rho^{-3} >}{< \rho^{-3} >} [2 \cos \Phi_s - (\pi - 2\Phi_s) \sin \Phi_s]$$

Le terme exponentiel en δ fait que la durée de vie varie très rapidement en fonction de la tension crête $\hat{V}$ de la cavité radio-fréquence.

Des mesures de durées de vie imposées par les fluctuations quantiques ont été faites sur AdA. La première chambre à vide était alors en place dans l'aimant, et l'on ne connaissait pas avec précision la résistance shunt de la cavité radio-fréquence montée sur cette chambre. Cependant une deuxième cavité a été construite, réplique exacte de la première, pour laquelle des mesures ont montré que :

$$\hat{V}_{volts} = 300 \sqrt{P_{watts}}$$

Les mesures de durées de vie étaient destinées à vérifier que cette relation est approximativement valable aussi pour la première cavité en utilisant une valeur raisonnable pour le facteur de compression des quantités de mouvement $\bar{\alpha}$. Ces mesures ont été faites à 195 MeV. La puissance fournie par l'alimentation de la cavité était progressivement réduite jusqu'à ce que la durée de vie prenne des valeurs comprises entre quelques minutes et quelques secondes. L'intensité du courant fourni par le photomultiplicateur détectant la lumière synchrotron était enregistrée pour mesurer avec précision la durée de vie. Une boucle de pick-up située dans la cavité fournissait un signal proportionnel à la tension crête $\hat{V}$. Enfin un wattmètre permettait de mesurer la puissance fournie par l'alimentation de la cavité et la puissance réfléchie par la cavité.

Deux séries de mesures ont été faites, dont les résultats sont montrés sur la figure 25. Ces mesures montrent que Log τ varie de façon quasi linéaire en fonction de la tension crête $\hat{V}$ lorsque τ a une valeur comprise entre quelques secondes et quelques minutes. Les effets du gaz résiduel sur

les durées de vie sont négligeables dans ce domaine de valeurs de τ. Les deux groupes de points présentent un certain écart systématique dont l'origine n'est pas claire. Cet écart est peut-être dû à une légère ondulation ("ripple") de la tension crête $\hat{V}$, ondulation très difficile à contrôler.

Dans ce même domaine de durées de vie ($1\ s < \tau < e^{10}\ s$), les équations données plus haut indiquent aussi une variation quasiment linéaire :

$$\text{Log } \tau = a + b\sqrt{P}$$

dont les coefficients dépendent très sensiblement du paramètre $\bar{\alpha}$, coefficient de compression des quantités de mouvement. Pour calculer les valeurs de $\bar{\alpha}$ et du rapport $\frac{\hat{V}}{\sqrt{P}} = \sqrt{2\,R_{cavité}}$ à partir des résultats expérimentaux, on remarque d'abord que le coefficient a est indépendant de la valeur choisie pour $\sqrt{2\,R_{cavité}}$ alors que b est proportionnel à $\sqrt{2\,R_{cavité}}$. L'extrapolation jusqu'à P = 0 de la droite construite à partir des points expérimentaux permet donc la détermination de $\bar{\alpha}$; on choisit ensuite $\sqrt{2\,R_{cavité}}$ de façon à ce que la pente soit correcte.

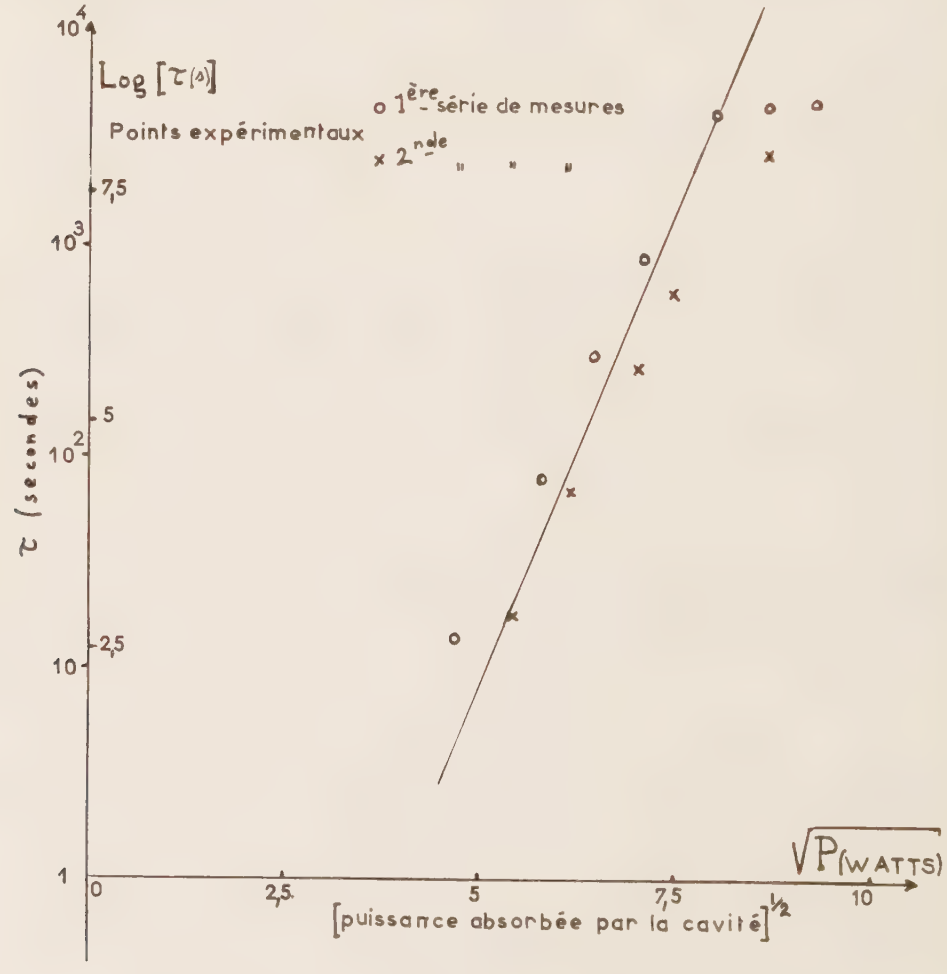


Figure 25 - Durées de vie résultant des fluctuations quantiques.

On a tracé sur la figure 25 la droite obtenue théoriquement avec les hypothèses suivantes :

$$\overline{\alpha} = 2,25 \qquad \hat{V}_{volts} = 325 \sqrt{P_{watts}}$$

Dans l'ajustement des paramètres on a adopté la valeur 2,25 pour le facteur de compression des quantités de mouvement bien que ces résultats expérimentaux semblent indiquer que $\overline{\alpha}$ soit un peu plus grand. Ce choix provient du fait que les mesures magnétiques avaient montré que (chapitre III § B) : $\overline{\alpha} = 2,15 \pm 0,14$. Cette détermination paraît plus sûre que celle provenant des mesures de durées de vie puisque celles-ci ne se sont pas très bien reproduites.

On voit que l'on obtient ainsi un accord assez satisfaisant entre les valeurs mesurées et celles calculées à partir des formules données plus haut. Cependant, si l'on voulait déduire les deux paramètres : $\overline{\alpha}$ et $R_{cavité}$ de ces seules mesures de durées de vie résultant des fluctuations quantiques, il faudrait que celles-ci soient plus précises et portent sur un domaine plus grand de valeurs de τ.

C - "EFFET A.d.A." (voir C. Bernardini et al. [37] et B. Touschek [38]).

De nombreuses expériences faites sur AdA ont montré que la durée de vie τ d'un faisceau stocké variait linéairement en fonction du nombre N de particules appartenant au faisceau, tout autre paramètre de la machine étant gardé constant. La figure 26 montre un ensemble de mesures de τ faites à l'énergie 195 MeV avec un nombre de particules variant de $4,5\ 10^6$ à $2,8\ 10^7$. On voit que l'on a :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0} + \alpha N \qquad (1)$$

τ_0 est la durée de vie d'un faisceau ne comportant que quelques milliers de particules : τ_0 dépend très peu de l'énergie et est inversement proportionnel à la pression. Lorsque la jauge de pression indique 10^{-9} Torr, la valeur mesurée de τ_0 est d'environ 20 heures (cf. § A de ce chapitre). De plus on a observé que le coefficient α (à ne pas confondre avec le coefficient de compression des quantités de mouvement !) varie très rapidement avec l'énergie. La figure 27 montre diverses valeurs de α mesurées à des énergies comprises entre 50 et 200 MeV. Entre 100 et 200 MeV, on déduit de ces mesures :

$$\alpha = Cte \times E^{-5,5} \qquad (2)$$

Pour les valeurs de E inférieures à 100 MeV, les durées de vie augmentent rapidement. On n'a pas fait de mesures au-dessous de 50 MeV, car la lumière synchrotron émise est alors trop faible pour pouvoir être détectée par un photomultiplicateur ; des mesures de durées de vie, dans ces conditions, demanderaient donc des allers et retours entre 50 MeV -énergie minimale à laquelle on "voit" les particules- et les énergies plus basses pour lesquelles on veut mesurer τ ou l'utilisation d'électrodes de pick-up électrique très sensibles.

Toutes les observations faites sur l'un ou l'autre faisceau stocké se sont révélées indépendantes de la présence ou de l'absence du deuxième faisceau.

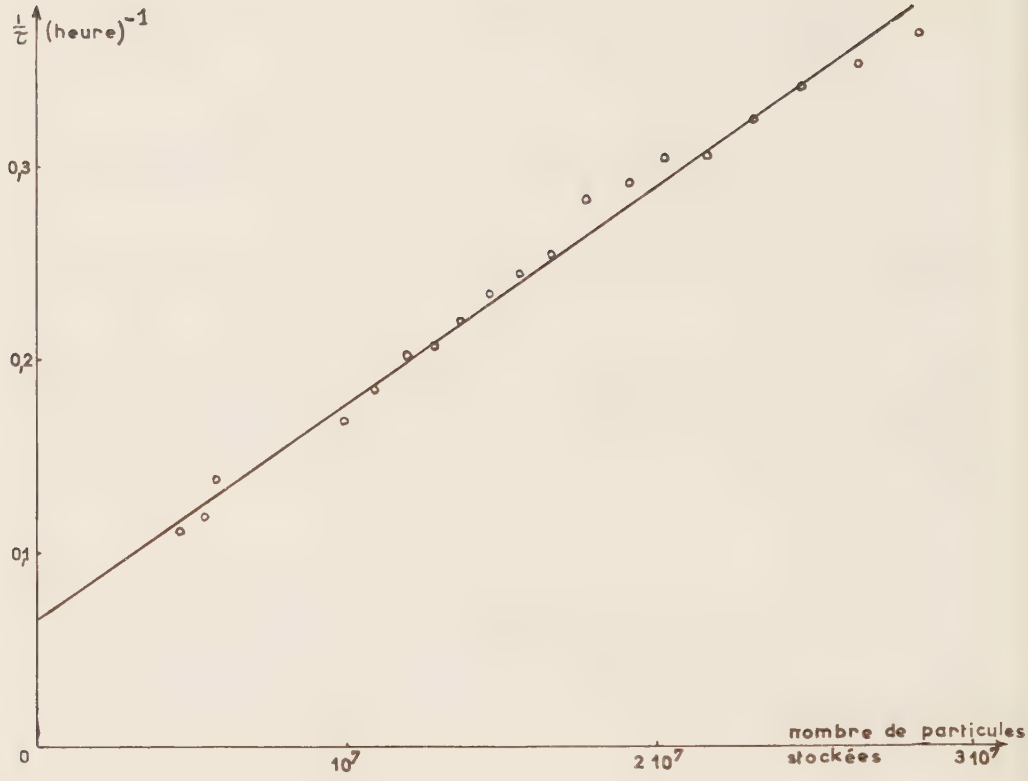


Figure 26 - "Effet AdA". Durées de vie du faisceau en fonction du nombre de particules stockées.

Au terme $\frac{1}{\tau_0}$ près, on voit que le nombre de particules perdues par unité de temps est proportionnel au carré N^2 du nombre de particules stockées -et non à N- : c'est donc que certains électrons sont perdus à la suite d'interactions des particules du faisceau entre elles, interactions qui, à priori, peuvent être directes ou indirectes. B. Touschek a montré que les interactions qui limitent ainsi les durées de vie sont les suivantes :

les oscillations bétatron radiales donnent naissance à des diffusions coulombiennes élastiques entre particules appartenant à un même paquet; ces collisions peuvent transférer des quantités de mouvement à l'origine radiales en quantités de mouvement longitudinales, c'est-à-dire parallèles à la principale composante de vitesse des particules ; un effet relativiste fait que de tels transferts peuvent entraîner des variations d'énergie suffisamment grandes pour que les 2 particules diffusées sortent du domaine de stabilité des oscillations synchrotron.

Ainsi, dans AdA, lorsque l'énergie de stockage est 200 MeV, les quantités de mouvement radiales correspondant aux oscillations bétatron sont de l'ordre de : $\frac{E}{c} \frac{\sigma_{br}}{\lambda_r} \approx 0,08$ MeV/c. Lorsqu'une diffusion coulombienne réoriente cette quantité de mouvement selon la figure 29 ci-dessous, l'énergie gagnée -ou perdue- par la particule est : $\Delta E = 0,08\ \gamma \approx 30$ MeV. ΔE est bien supérieur aux variations d'énergie que peut compenser la tension radiofréquence : la particule quitte donc le domaine des oscillations synchrotron stables et est perdue.

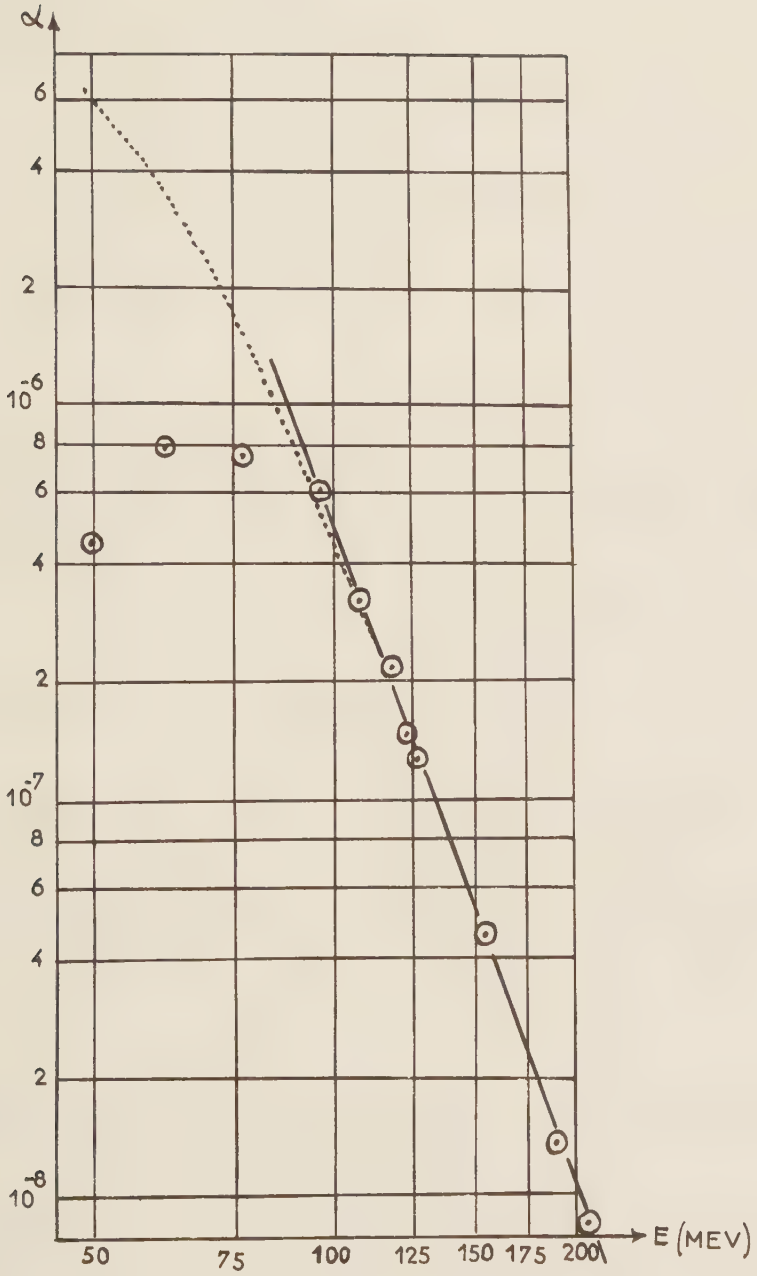


Figure 27 - "Effet AdA". Variation du coefficient α en fonction de l'énergie $\left(\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_o} + \alpha N\right)$. Courbe théorique et points expérimentaux.

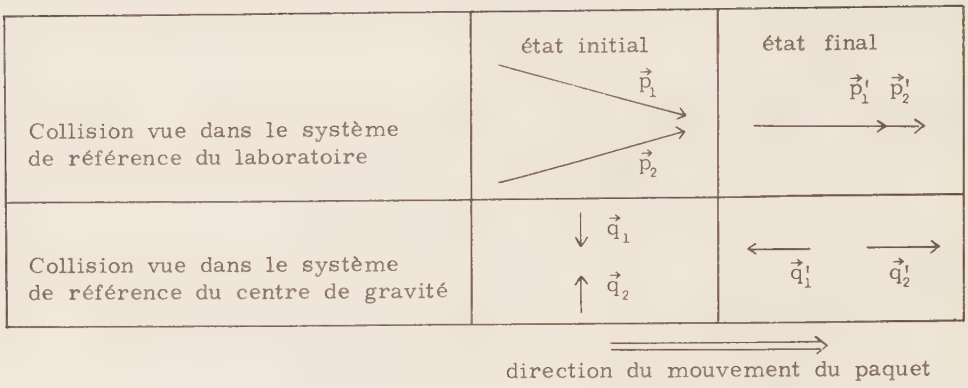


Figure 29

Dans AdA, à 200 MeV, les particules ont des vitesses relatives de l'ordre de 0,2 c. Une théorie *relativiste* des collisions entre particules n'est donc pas nécessaire dans ce cas, mais les calculs suivants sont valables à la seule condition que les particules aient des quantités de mouvement radiales petites devant $\frac{E}{c}$.

La densité des particules à l'intérieur d'un paquet est :

$$\rho = \frac{N}{k} \frac{e^{-\left(\frac{r^2}{2\sigma_r^2} + \frac{z^2}{2\sigma_z^2} + \frac{s^2}{2\sigma_l^2}\right)}}{(2\pi)^{3/2}\,\sigma_r\,\sigma_z\,\sigma_l}$$

Quant aux quantités de mouvement radiales, elles ont une distribution gaussienne d'écart type $\delta q = \frac{E}{c} \frac{\sigma_{br}}{\mathcal{R}_r}$ (ces quantités de mouvement sont considérées ici comme des grandeurs algébriques). Le caractère gaussien de cette distribution résulte d'une remarque faite dans le chapitre III § D i. On a vu alors que les élongations bétatron radiales r_b ont une distribution gaussienne. On en déduit aisément que les dérivées $\frac{dr_b}{ds}$ appartiennent à une distribution du même type ainsi que les quantités de mouvement radiales qui leur sont proportionnelles.

Dans la première partie du calcul, on évalue la section efficace de perte de deux particules qui se dirigent l'une vers l'autre avec des quantités de mouvement radiales q_1 et q_2 respectivement. A partir de cette section efficace, on calcule ensuite la probabilité par unité de temps pour qu'une particule, prise au hasard dans un paquet, subisse un choc qui l'élimine du faisceau. Cette deuxième partie du calcul consiste essentiellement à prendre des moyennes sur les densités locales et les quantités de mouvement radiales.

Soit deux particules de même énergie $E = \gamma\, m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ effectuant des oscillations bétatron radiales. Leurs trajectoires font respectivement les angles θ_1 et θ_2 (θ_1 et $\theta_2 \ll 1$) avec les orbites des particules qui n'oscillent pas (voir figure 30).

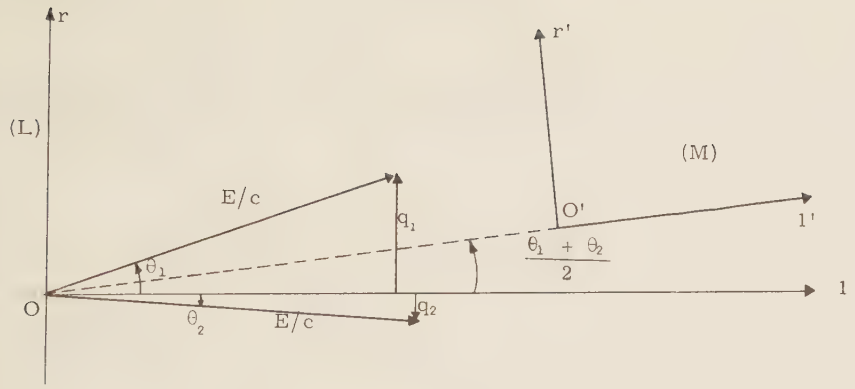


Figure 30

Les quantités de mouvement radiales de ces particules sont appelées $q_i = \frac{\beta E}{c} \theta_i$. Vues par un observateur qui accompagne un repère (M) se déplaçant avec la vitesse $c\beta \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right)$ dans la direction $\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$, ces deux particules ont des quantités de mouvement exactement opposées, de valeur absolue $q^* = \frac{|q_1 - q_2|}{2}$.

Dans (M), la collision des deux particules se présente donc de la façon indiquée sur la figure 31. L'énergie totale de chacune d'elles est

$$E^* = \sqrt{m_0^2 c^4 + q^{*2} c^2}$$

Avant la diffusion, les 2 quantités de mouvement sont portées par O'r'. Soit O'x la direction des quantités de mouvement après la diffusion, θ^* = (O'r', O'x) l'angle de diffusion et χ l'angle (O'x, O'1').

Observée dans (L), la collision conduit à un échange d'énergie ΔE entre les deux particules tel que :

$$\Delta E = \frac{E}{E^*} q^* c \, |\cos \chi|$$

Pour que les deux particules soient perdues, il faut et il suffit que ΔE soit supérieur à la (demi) acceptance en énergie ε_{RF} de la cavité radio-fréquence, c'est-à-dire que :

$$|\cos \chi| \geq \frac{E^*}{E} \frac{\varepsilon_{RF}}{q^* c} \qquad (3)$$

Il est clair qu'il ne peut y avoir perte des particules que si la différence des quantités de mouvement radiales initiales est assez grande :

$$q^* > \frac{\varepsilon_{RF}}{\gamma} \left(1 - \frac{\varepsilon_{RF}^2}{E^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \qquad (4)$$

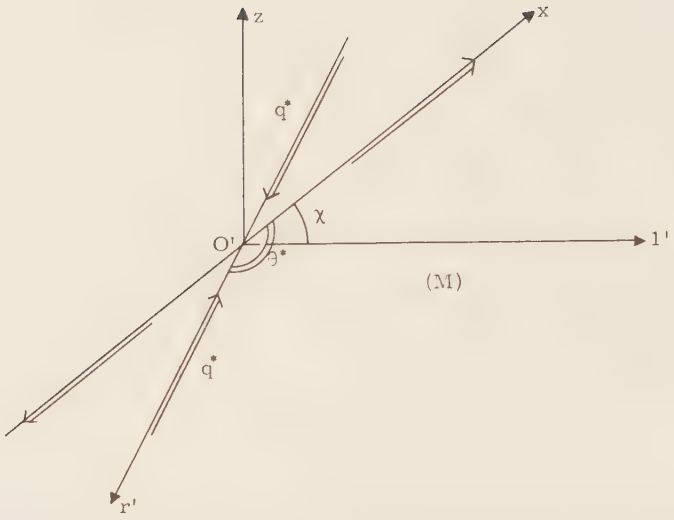


Figure 31

Dans la suite, on remplacera $\left(1 - \frac{\varepsilon_{RF}^2}{E^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$ par 1.

La section efficace de diffusion élastique $e^+ - e^+$ ou $e^- - e^-$ est égale à :

$$d\sigma = \frac{1}{4} r_0^2 \, d\Omega^* \left(\frac{m_0^2}{E^{*2} q^{*4}}\right) \left\{ \frac{4(E^{*2} + q^{*2} c^2)^2}{\sin^4 \theta^*} - \frac{(8E^{*4} - 4E^{*2} m_0^2 c^4 - m_0^4 c^8)}{\sin^2 \theta^*} + q^{*4} c^4 \right\}$$

(Formule de Møller) (5)

La section efficace totale de perte des 2 particules est obtenue en intégrant $d\sigma$ sur toutes les directions O'x telles que l'inégalité (3) est satisfaite ; l'identité des deux particules dans l'état final fait qu'il ne faut intégrer que dans la moitié de l'espace : $0 < \chi < \frac{\pi}{2}$ par exemple. Cette intégration donne :

$$\sigma(q^*) = \frac{\pi r_0^2 m_0^2}{2q^{*4}E^{*2}} \left[(E^{*2} + q^{*2} c^2)^2 \left(\frac{1}{\mu^2} - 1 - 2 \operatorname{Log} \mu\right) + (8E^{*4} - 4E^{*2} m_0^2 c^4 - m_0^4 c^8) \operatorname{Log} \mu \right.$$

$$\left. + q^{*4} c^4 (1 - \mu) \right] \qquad (6)$$

où :

$$\mu = \frac{\varepsilon_{RF}}{E} \frac{E^*}{q^* c}$$

La limite non relativiste de σ, valable lorsque $q^* \ll m_0 c$ est :

$$\begin{cases} \sigma_{NR} = \dfrac{\pi r_0^2 m_0^4 c^4}{2 q^{*4}} \left[\dfrac{1}{\mu^2} - 1 + \operatorname{Log} \mu \right] \\ \mu = \dfrac{\varepsilon_{RF}}{E} \dfrac{m_0 c}{q^*} \end{cases}$$

σ est nul évidemment pour toutes valeurs de q^* inférieures à $\frac{\varepsilon_{RF}}{\gamma}$.

Soit une particule de quantité de mouvement radiale q_1, prise au hasard dans un paquet. Cette particule, appelée dans la suite particule 1, est entourée d'autres particules dont la densité moyenne au cours du temps est (cf. chapitre III § D) :

$$\overline{\rho} = \frac{\iiint \rho^2 \, dv}{\iiint \rho \, dv} = \frac{N}{k} \frac{1}{2^3 \pi^{3/2} \sigma_r \sigma_z \sigma_l} = \frac{N}{k} \cdot \frac{1}{V}$$

Parmi ces dernières, celles dont la quantité de mouvement radiale est comprise entre q_2 et $q_2 + dq_2$ forment donc une onde de densité moyenne :

$$\frac{N}{kV} \frac{e^{-\frac{q_2^2}{2(\delta q)^2}}}{\sqrt{2\pi}\,\delta q} \, dq_2$$

pour un observateur lié au repère du laboratoire (L). Cette densité est multipliée par $\frac{E^*}{E}$ pour un observateur lié au repère (M). Pour ce dernier, la probabilité par unité de temps pour que la particule 1 soit perdue à la suite d'une collision avec les particules 2 est :

$$d\left(\frac{1}{\tau_{12}^*}\right) = \sigma \frac{2q^* c^2}{E^*} \frac{E^*}{E} \frac{N}{kV} \frac{e^{-q_2^2/2(\delta q)^2}}{\sqrt{2\pi}\,\delta q} dq_2$$

Pour l'observateur lié au système du laboratoire, l'effet relativiste de ralentissement des horloges transforme cette durée de vie en :

$$d\left(\frac{1}{\tau_{12}}\right) = \frac{E^*}{E} d\left(\frac{1}{\tau_{12}^*}\right) = f\left(\frac{|q_1 - q_2|}{2}\right) \frac{e^{-q_2^2/2(\delta q)^2}}{\sqrt{2\pi}\,\delta q} \, dq_2$$

où la fonction f est égale à :

$$2 \frac{N}{kV} \sigma c \frac{q^* c E^*}{E}$$

Finalement, la probabilité de perdre la particule 1, par unité de temps, est :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\left(\frac{1}{\tau_{12}}\right)}{dq_2} \, dq_2$$

et la durée de vie moyenne des particules est obtenue en prenant la valeur moyenne sur q_1 de cette intégrale :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{2\pi(\delta q)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(q_1^2+q_2^2)}{2(\delta q)^2}} f\left(\frac{|q_1 - q_2|}{2}\right) dq_1 \, dq_2$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{2}{\sqrt{\pi}\,\delta q} \int_{\varepsilon_{RF}/\gamma_c}^{\infty} f(q^*) \, e^{-\frac{q^{*2}}{(\delta q)^2}} \, dq^*$$

On peut transformer un peu l'intégrale pour obtenir :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{8\pi}\frac{N}{k}\frac{r_0^2\, c}{\sigma_r\,\sigma_z\,\sigma_1}\left(\frac{m_0 c^2}{E}\right)^2\left[-2\,\frac{E^2}{\varepsilon_{RF}^2}\sqrt{y}\,e^{-x} + \int_1^\infty e^{-xt^2}\left\{4\,\frac{E^2}{\varepsilon_{RF}^2}(2+y)x\frac{t}{\sqrt{xt^2+y}}\right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{2y}{xt^3\sqrt{xt^2+y}}\left[\left(2xt^2+\frac{y}{2}\right)\mathrm{Log}\left(1+\frac{y}{xt^2}\right) + xt^2\,\frac{E^2}{\varepsilon_{RF}^2} + y\left(\mathrm{Log}\,\frac{\varepsilon_{RF}}{E} - 1\right)\right]\right\}\right] dt$$

où l'on a posé :

$$x = \frac{\varepsilon_{RF}^2}{\gamma^2(\delta q)^2\, c^2} \qquad \text{et} \qquad y = \left(\frac{m_0\, c}{\delta q}\right)^2$$

et où l'on a tenu compte du fait que $E^2 \gg \varepsilon_{RF}^2$.

Lorsque les particules ont des vitesses relatives non-relativistes, c'est-à-dire lorsque $\delta q \ll m_0 c$ -c'est le cas d'AdA-, on a $y \gg 1$, et comme $y \gg x$, l'expression précédente se réduit considérablement pour donner :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{4\pi}\frac{N}{k}\,\frac{r_0^2\, c}{\sigma_r\,\sigma_z\,\sigma_1}\,\frac{m_0^3\, c^5}{\varepsilon_{RF}^2\,\delta q}\int_1^\infty \frac{e^{-xt^2}}{t^3}\,[t^2 - 1 - \mathrm{Log}\, t)]\, dt \qquad (7)$$

Cette dernière intégrale est égale à :

$$L(x) = \frac{1}{2}\left[\left(1+\frac{3x}{2}\right)(-E_i(-x)) - \frac{3}{2}\,e^{-x} + \frac{x}{2}\int_1^\infty \frac{\mathrm{Log}\, t}{t}\,e^{-xt}\, dt\right]$$

Enfin lorsque $x \longrightarrow 0$, cette dernière expression tend vers :

$$L(x) \underset{x\to 0}{\longrightarrow} \frac{1}{2}\left[\mathrm{Log}\,\frac{1}{x} - \frac{3}{2} - C\right]$$

où $C = 0,577$ est la constante d'Euler.

On retrouve ainsi la formule d'abord établie par B. Touschek, en collaboration avec C. Bernardini [37] :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\sqrt{\pi}\; N\, r_0^2\, m_0^3\, c^5}{k\, V\, \varepsilon_{RF}^2\,\delta q}\left[\mathrm{Log}\,\frac{1}{x} - \frac{3}{2} - C\right]$$

Cependant cette expression diffère d'un facteur 2 avec celle publiée dans les références [31] et [39] correspondant à un travail faisant suite à celui mentionné ci-dessus. L'origine de cette différence n'a pas encore été trouvée.

Cette théorie montre que l'on peut mesurer indirectement le volume V des paquets en observant la décroissance d'un faisceau, à condition qu'il soit suffisamment intense pour que les effets des diffusions coulombiennes soient importants.

Dans le cas d'AdA, en utilisant par exemple les mesures reportées sur la figure 26, on obtient :

$$\frac{1}{\tau} = 0,066 + 1,05\ 10^{-8}\ N \qquad h^{-1}$$

Ces mesures ont été faites à 195 MeV, avec une puissance radio-fréquence de 330 watts correspondant à une tension crête d'environ 5,9 kV.

On a vu qu'à cette énergie les oscillations bétatron radiales ont pour écart-type : $\sigma_{br} = 0,385$ mm. A ces oscillations correspond une distribution des quantités de mouvement radiales telle que :

$$\delta q = 0,0766 \quad \text{MeV/c}$$

On en déduit :

$$x = 2\ 10^{-4} \qquad L(x) = 3,23 \qquad V = 4,75\ 10^{-2}\ \text{cm}^3$$

Le terme le moins bien connu dans ce calcul est la tension crête de la cavité radio-fréquence. Elle a été déduite des mesures de durées de vie résultant des fluctuations quantiques.

Ainsi, grâce à cet effet, on a pu donner la première estimation quantitative de la hauteur des faisceaux dans AdA [37]. En utilisant la valeur mesurée directement pour la largeur, soit w = 0,175 cm et la valeur calculée pour la longueur, soit $l = 25,5$ cm, on trouve :

$$h = 0,01 \text{ cm}$$

Cette hauteur est 60 fois plus grande que celle calculée à partir des effets du rayonnement synchrotron seuls. Des oscillations verticales d'aussi grande amplitude ont très probablement pour origine un couplage entre oscillations bétatron radiales et verticales, couplage créé par des défauts de champ magnétique.

Dépendance de α en fonction de l'énergie.

La dépendance du coefficient α (introduit dans la formule (1)) en fonction de l'énergie des particules stockées confirme cette dernière hypothèse. Selon la formule (7), ce coefficient α varie comme $\frac{E^{-4,5}}{h}$ dans le domaine 100 MeV < E < 200 MeV. En effet :

$$w \propto E \qquad l \propto E^{3/2} \qquad \varepsilon_{RF} \propto E^{1/2} \qquad \delta q \propto E^2$$

et le terme L(x) est approximativement proportionnel à E dans le domaine considéré. Or la variation de α observée expérimentalement est en $E^{-5,5}$. La hauteur du faisceau varie donc comme E, ce qui est normal si elle est proportionnelle à l'amplitude des oscillations bétatron radiales. Par contre, si la hauteur du faisceau provenait des effets du rayonnement synchrotron seuls, elle serait indépendante de l'énergie.

L'étude de la courbe $\alpha(E)$ dans le domaine des basses énergies ($E \sim 60$ MeV) fournit un autre renseignement intéressant. En admettant qu'à basse énergie la hauteur du faisceau reste proportionnelle à sa largeur, la formule (7) prédit pour $\alpha(E)$ la variation tracée en pointillés sur la figure 27. Cette courbe a été tracée à l'aide d'une table de valeurs numériques de la fonction L(x) calculées à la machine [40].

Les valeurs expérimentales de α sont beaucoup plus grandes que celles calculées à partir des hypothèses énoncées plus haut. A 50 MeV le rapport des deux valeurs est 13. A priori, deux phénomènes peuvent être à l'origine de cette différence :

- la hauteur du faisceau ne décroît plus proportionnellement à l'énergie au-dessous de 100 MeV ; ce changement serait dû aux diffusions multiples sur le gaz résiduel. Les mesures rapportées chapitre III § D iii indiquent qu'il est très possible que les diffusions jouent alors un rôle non négligeable même à une pression aussi basse que 10^{-9} Torr.

- la largeur du faisceau ne décroît pas proportionnellement à l'énergie, cela par suite des diffusions multiples entre particules d'un même paquet. La théorie de cet effet a été faite par H. Bruck et J. Le Duff [20] qui ont montré qu'il devient important à basse énergie lorsque le nombre de particules stockées est de l'ordre du million ; or c'est précisément avec un tel nombre de particules que ces mesures de α ont été faites (cf. chapitre III § D iv).

La mesure directe de la largeur du faisceau en fonction du nombre N de particules n'a pas encore été faite pour $N \sim 10^6$, mais il semble bien que ce soit ce dernier phénomène qui soit la cause principale de l'amélioration des "durées de vie AdA" à basse énergie.

Effet AdA en présence de couplage.

En couplant les oscillations bétatron radiales et verticales, on modifie la structure du faisceau et l'on peut ainsi améliorer les durées de vie. Cette amélioration est due à une réduction de la densité des particules et peut-être aussi à une modification de la distribution des quantités de mouvement radiales ou d'autres paramètres intervenant dans l'effet AdA.

La figure 28 montre la variation du coefficient α en fonction du courant dans le quadrupôle de couplage orienté à 45°. On remarque la variation linéaire pour les faibles valeurs de la convergence δ du quadrupôle. Au voisinage de la zone de résonance, les durées de vie deviennent plus courtes pour des raisons qui n'ont rien à faire avec l'effet AdA : dans ce domaine, le coefficient α ne doit plus être interprété de la même façon puisque les durées de vie ne dépendent plus aussi simplement du nombre de particules.

On remarque que si l'on va suffisamment loin au-delà de la résonance, les durées de vie redeviennent très bonnes comparées à celles que l'on observe en absence de couplage.

Le calcul numérique des effets du couplage sur α n'a pas encore été fait. G. Leleux [10] prévoit une augmentation de l'aire transverse du faisceau qui est du premier ordre en δ, convergence du quadrupôle, ce qui est confirmé par l'expérience. On a vu aussi (chapitre III fin du § D) que l'ordre de grandeur de l'effet est en bon accord avec des calculs approximatifs utilisant la matrice de transfert en présence de couplage.

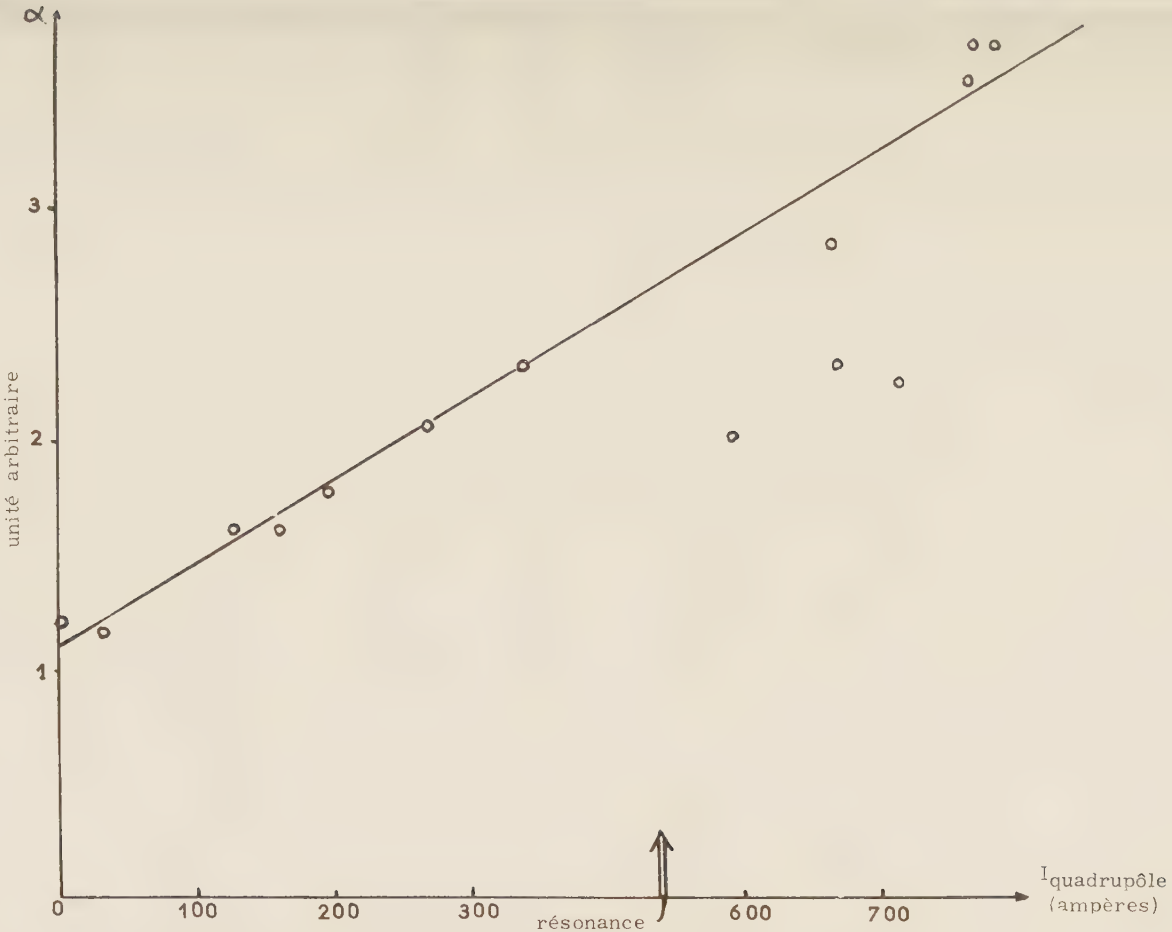


Figure 28 - Effet du couplage sur les durées de vie : variation du coefficient α $\left(\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_o} + \alpha N\right)$.

VI - INTERACTIONS FAISCEAU-FAISCEAU

La présence simultanée des deux faisceaux stockés peut être la source de nombreuses interactions, de caractères très variés : directes ou indirectes, simples ou multiples. Les intéractions recherchées sont évidemment les collisions simples faisant intervenir une particule d'un faisceau et une particule de l'autre faisceau, mais d'autres phénomènes peuvent prendre place et donner lieu à des effets indésirables.

Les modifications apportées par la présence d'un faisceau sur certaines caractéristiques de l'autre faisceau telles que : durées de vie, dimensions des paquets, nombres d'onde bétatron, sont étudiées dans le paragraphe A de ce chapitre. Les deux autres paragraphes sont consacrés à la recherche de deux interactions directes, simples, à savoir : annihilations en 2γ (§ B) et rayonnement de freinage (§ C).

L'invariance des interactions électromagnétiques dans les transformations C et T assure qu'en absence de tout champ électrique les électrons et les positrons ont exactement la même orbite d'équilibre.

Le produit C.T laisse invariant le champ magnétique de la machine, alors qu'il transforme un électron tournant sur l'orbite d'équilibre en un positron tournant en sens opposé sur la même orbite.

Dans AdA, pour séparer verticalement les deux faisceaux à l'aide d'un champ électrique transverse $\mathcal{E}$ agissant sur la longueur l, il faut

$$\mathcal{E} \times l \sim 15 \text{ KV} \qquad \text{lorsque } E = 200 \text{ MeV}^{(*)}$$

La tension de la cavité radio-fréquence au moment du passage des paquets est de l'ordre de quelques centaines de volts : cette tension est donc très loin d'être suffisante pour pouvoir séparer les faisceaux, d'autant plus que le champ électrique de la cavité est à peu près tangent à l'orbite d'équilibre[(**)].

On a donc à priori d'excellentes raisons théoriques d'espérer que les deux faisceaux entrent en collision, mais encore faut-il mettre ce fait en évidence expérimentalement.

(*) La hauteur des faisceaux utilisée pour ce calcul est celle déduite de l'effet AdA (chapitre V § C).

(**) Lorsque la cavité est bien positionnée, son champ électrique n'a pas de composante perpendiculaire à l'orbite d'équilibre.

Si k est l'ordre de l'harmonique de la cavité radio-fréquence par rapport à la fréquence de révolution, chaque faisceau est constitué de k paquets. Les deux faisceaux interagissent en 2 k régions régulièrement réparties le long de l'orbite d'équilibre, l'une d'elles étant centrée sur la région accélératrice de la cavité radio-fréquence ("le gap") (figure 32).

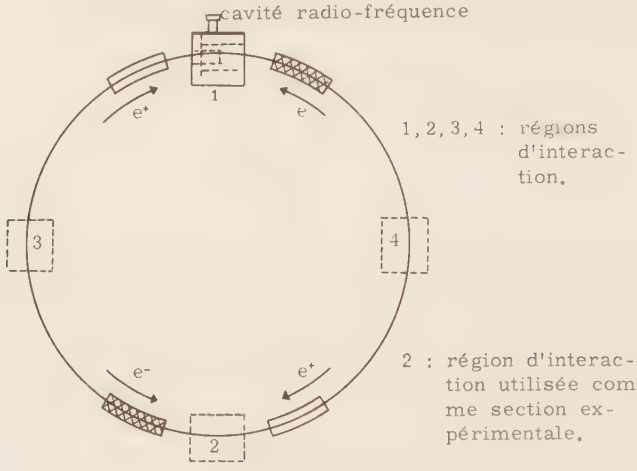


Figure 32

Si la distribution longitudinale de la densité dans chaque paquet est gaussienne d'écart-type σ_l ; la distribution des interactions le long de l'orbite d'équilibre, dans chaque région d'interaction, est gaussienne d'écart-type $\frac{\sigma_l}{\sqrt{2}}$. Dans AdA, on a approximativement :

$$\sigma_l = 7 \left(\frac{E_{MeV}}{195}\right)^{3/2} \quad \text{cm}$$

Les interactions peuvent avoir lieu entre une particule d'un faisceau et une seule particule de l'autre faisceau : il s'agit alors d'interactions simples ; ce sont celles que l'on recherche.

Elles peuvent avoir lieu entre une particule d'un faisceau et l'ensemble des particules de l'autre faisceau, soit de façon cohérente (effets de charge d'espace), soit de façon incohérente (diffusions multiples par exemple).

La fréquence n d'une réaction simple, c'est-à-dire une réaction qui ne fait intervenir qu'un électron et un positron dans l'état initial, *par région d'interaction* et pour des collisions frontales entre faisceaux (c'est-à-dire avec un angle de croisement nul) est donnée par :

$$\dot{n} = \frac{1}{t_s} \frac{N_+ N_-}{k} \frac{\sigma}{S} = \frac{L\sigma}{t_s k}$$

k est le nombre de paquets dans chaque faisceau ;

t_s est la durée d'un tour ;

$N_+ (N_-)$ est le nombre total de positrons (électrons) stockés ;

$S = \iint \rho_+ (r, z)\ \rho_- (r, z)\ dr\ dz$; (ρ_+ et ρ sont les densités transverses normalisées à l'unité); S est l'aire de la section transverse d'interac-

tion dans la région considérée $= \frac{1}{4\pi\sigma_r\sigma_z}$ dans le cas de distributions gaussiennes se recouvrant exactement ;

$L = \frac{N_+ N_-}{S}$ est la "luminosité" ;

σ est la section efficace de la réaction particulière considérée.

L'ordre k de l'harmonique qui figure au dénominateur a pour origine le fait suivant :

lorsque deux paquets se croisent, $\frac{N_+}{k}$ positrons interagissent avec $\frac{N_-}{k}$ électrons, et comme cela se produit $\frac{k}{t_s}$ fois pendant l'unité de temps :

$$\dot{n} \propto \frac{k}{t_s} \frac{N_+}{k} \frac{N_-}{k} \propto \frac{N_+}{t_s} \frac{N}{k}$$

Lorsque le système de détection ne voit qu'une partie d'une région d'interaction, de longueur l que l'on suppose convenablement centrée, on a :

$$\dot{n} = \frac{1}{t_s} \frac{N_+ N_-}{k} \frac{\sigma}{S} \frac{\int_{-l/2}^{l/2} e^{-\frac{s^2}{\sigma_1^2}} ds}{\sqrt{\pi}\,\sigma_1} = \frac{2}{t_s} \frac{N_+ N_-}{k} \frac{\sigma}{V} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} e^{-\frac{s^2}{\sigma_1^2}} ds$$

où V est le volume d'un paquet.

Parmi les diverses réactions résultant des collisions électrons-positrons, il faut distinguer :

- celles qui ne comportent que de *faibles transferts* d'énergie-impulsion par rapport à $m_0 c^2$;
- celles qui font intervenir de *grands transferts* par rapport à $m_0 c^2$.

1/ Réactions à faibles transferts. Il s'agit des réactions suivantes :

$$e^+ + e^- \longrightarrow e^+ + e^- \quad (1)$$

$$e^+ + e^- \longrightarrow 2\gamma \quad (2)$$

$$e^+ + e^- \longrightarrow e^+ + e^- + \gamma \quad (3)$$

$$e^+ + e^- \longrightarrow e^+ + e^- + 2\gamma \quad (4)$$

lorsque les vecteurs vitesses des particules de grande énergie présentes dans l'état final font de petits angles avec les vecteurs vitesses des particules initiales.

Ces réactions font toutes intervenir des interactions purement électromagnétiques. Leurs sections efficaces totales sont relativement élevées ; elles sont proportionnelles au carré du rayon classique de l'électron r_0. Plus précisément, si n est le nombre de vertex figurant sur les diagrammes de Feynman (à l'ordre le plus bas) de la réaction considérée, on a :

$$\sigma \propto e^{2n} \propto r_0^2\, \alpha^{n-2}$$

où $\alpha = \frac{1}{137}$ est la constante de structure fine.

Les sections efficaces différentielles sont très fortement "piquées" vers l'avant ; elles peuvent être calculées -en principe- très exactement dans le

cadre de l'électrodynamique quantique. Même dans le domaine des très hautes énergies, ces sections efficaces ne sont pas sensibles à des modifications des lois de l'électrodynamique qui pourraient se manifester aux très courtes distances, dans la mesure où l'on ne considère que des angles petits. C'est pourquoi l'une quelconque de ces réactions peut être utilisée pour mesurer la section d'interaction des deux faisceaux. Connaissant ce paramètre, on peut déduire les sections efficaces absolues d'autres réactions à partir des taux de production qui leur correspondent.

On trouvera ci-dessous les diagrammes de Feynman à l'ordre le plus bas qui se rapportent aux quatre réactions ci-dessus avec les expressions des sections efficaces correspondantes (*).

Réaction 1 : $e^+ + e^- \longrightarrow e^+ + e^-$

+ ...

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{8}\left(\frac{m_0 c^2}{E}\right)^2 \left[\frac{1 + \cos^4\frac{\theta}{2}}{\sin^4\frac{\theta}{2}} - \frac{2\cos^4\frac{\theta}{2}}{\sin^2\frac{\theta}{2}} + \frac{1+\cos^2\theta}{2}\right]$$

Réaction 2 : $e^+ + e^- \longrightarrow 2\gamma$

+ ...

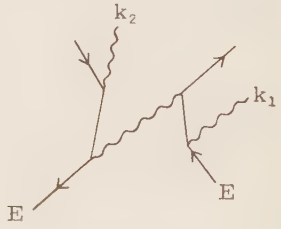
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{4}\left(\frac{m_0 c^2}{E}\right)^2 \left[\frac{1 + \beta^2(1+\sin^2\theta)}{1 - \beta^2\cos^2\theta} - \frac{2\beta^4\sin^4\theta}{(1-\beta^2\cos^2\theta)^2}\right]$$

Réaction 3 : $e^+ + e^- \longrightarrow e^+ + e^- + \gamma$

+ ...

$$d\sigma \approx \frac{8 r_0^2}{137}\left[\frac{4}{3} - \frac{4}{3}\frac{k}{E} + \frac{k^2}{E^2}\right]\left[\text{Log}\,\frac{4E^2(E-k)}{1{,}65\, m_0^2 c^4 k}\right]\frac{dk}{k}$$

Réaction 4 : $e^+ + e^- \longrightarrow e^+ + e^- + \gamma_1 + \gamma_2$



$$d\sigma \sim \frac{r_0^2}{(137)^2}\frac{dk_1}{k_1}\frac{dk_2}{k_2}$$

(*) Ces formules ne sont valables que dans le système du centre de gravité.

Ces formules supposent $\gamma \gg 1$. Elles sont valables pour θ petit ; il faut introduire des facteurs de forme si l'on considère de grandes valeurs de θ impliquant des transferts d'énergie -impulsion grands devant $m_0 c^2$.

La section efficace de bremsstrahlung simple a été calculée par G. Altarelli et F. Bucella [41]. Elle tient compte des photons rayonnés par l'électron *et* par le positron. Selon ces auteurs, cette formule est bonne à quelques % près pour E > 50 MeV.

On ne trouve pas dans la littérature le calcul précis de la section efficace du double bremsstrahlung ; la formule donnée n'indique qu'un ordre de grandeur.

L'une quelconque de ces réactions peut être choisie comme "moniteur" pour le taux des interactions entre les deux faisceaux, c'est-à-dire pour calculer la "luminosité" :

$$L = \frac{N_+ N_-}{S}$$

Cependant, on remarque que :

- la réaction (4) est exclue pour le moment puisque l'on ne connaît pas sa section efficace avec précision ;

- la réaction (1) ayant une section efficace totale infinie, on ne peut mesurer que sa section efficace différentielle. Celle-ci varie très rapidement en fonction de l'angle de diffusion $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \frac{1}{\theta^4}\right)$: la mesure précise du taux de diffusion à petit angle exige une géométrie très rigoureuse du système de détection. Cette réaction n'est donc pas facile à exploiter;

- la réaction (2) a une section efficace totale qui décroît rapidement avec l'énergie :

$$\sigma_{totale} = \pi r_0^2 \left(\frac{m_0 c^2}{E}\right)^2 \left(\text{Log} \frac{2E}{m_0 c^2} - \frac{1}{2}\right)$$

Pour E = 200 MeV, on a : $\sigma_{totale} \approx 10^{-29}$ cm^2.

La résolution des détecteurs de rayons γ de haute énergie étant en général plutôt médiocre, il est difficile de distinguer parfaitement les 2 rayons γ (que l'on détecte en coïncidence) produits par la réaction (2) de ceux qui peuvent provenir de la réaction (4), lorsque ces derniers ont une énergie voisine de leur valeur maximale. Or, si l'on compare les sections efficaces des deux réactions, on a, à 200 MeV :

$$\sigma_{annihilation} \approx 10^{-29} \text{ cm}^2, \quad \sigma_{double\ bremsstrahlung} \sim 2\ 10^{-31} \text{ cm}^2$$

en prenant $\frac{dk_1}{k_1} = \frac{dk_2}{k_2} = 0,2$ = pouvoir de résolution des détecteurs utilisés.

Pour la section efficace de double bremsstrahlung il ne s'agit là que d'un ordre de grandeur dont les évaluations précédentes ne permettent pas d'affirmer qu'il est bien inférieur à celui de la section efficace d'annihilation. Il est clair que la situation devient de plus en plus mauvaise -lorsqu'on veut exploiter la réaction (2)- lorsqu'on va vers les hautes énergies. On remarque que si l'on détecte tous les rayons γ d'énergie supérieure à 70 MeV on a :

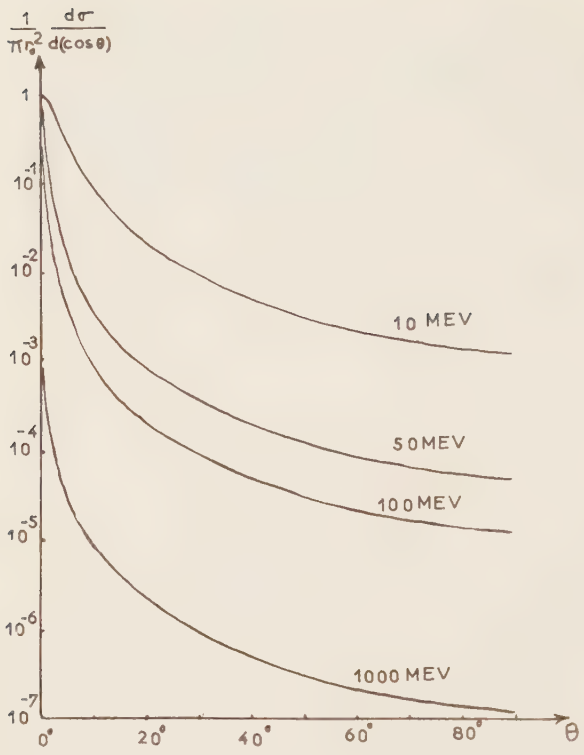


Figure 33 a - $e^+ + e^- \longrightarrow 2\gamma$. Section efficace différentielle(*).

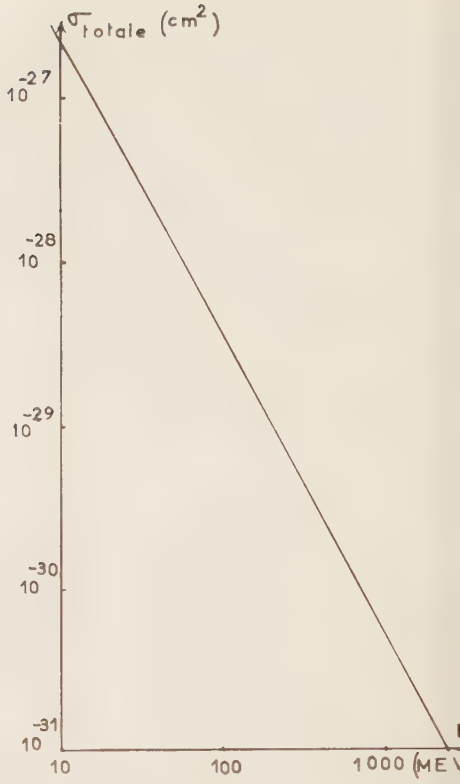


Figure 33 b - $e^+ + e^- \longrightarrow 2\gamma$. Section efficace totale(*).

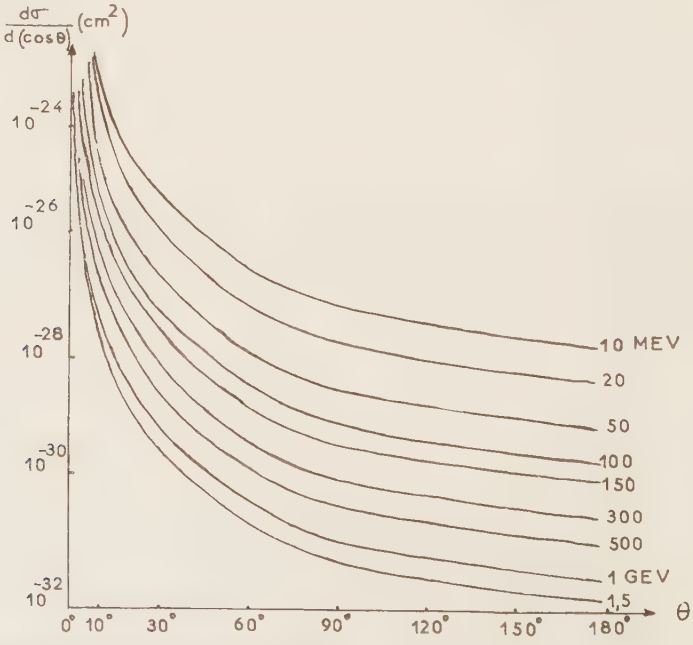


Figure 33 c - $e^+ + e^- \longrightarrow e^+ + e^-$. Section efficace différentielle (*).

(*) Ces courbes sont tirées de la référence citée n° 44.

$\sigma_{annihilation} \sim \sigma_{double\ bremsstrahlung}$ déjà à 200 MeV

Ainsi la réaction (2) n'apparaît pas très bonne en tant que réaction "monitrice" pour deux raisons : i/ sa section efficace est relativement basse à haute énergie ; ii/ la contribution de la réaction (4) risque d'être importante et n'est pas exactement connue.

Reste la réaction de simple bremsstrahlung, dont la section efficace est élevée et varie lentement avec l'énergie. A 200 MeV, on a :

$$\sigma_{simple\ bremsstrahlung} \approx 3\ 10^{-26}\ cm^2$$

pour un seul détecteur de γ ayant son seuil à 70 MeV. *C'est cette réaction qui a été choisie pour mesurer la luminosité dans AdA* [39].

La figure 33 reproduit des courbes données par *R. Gatto* dans la *Nota Interna N° 91, Laboratori Nazionali di Frascati del C.N.E.N.* Ces courbes montrent comment varient les sections efficaces dont il est question plus haut en fonction de E et θ. La courbe de la figure 34 a été calculée à partir de la formule de G. Altarelli et F. Bucella [41] en faisant :

$$\frac{k}{E} = \frac{70}{200} = Cte$$

2/ Réactions à grands transferts.

a) *Il s'agit tout d'abord des réactions précédentes, soit (1)(2)(3)(4) et d'autres analogues mais étudiées à grands angles.* Ces réactions sont alors intéressantes parce qu'elles permettent d'étudier les lois de l'électrodynamique à très courte distance;

b) *de la réaction* $e^+ + e^- \longrightarrow \mu^+ + \mu^-$ (5) *qui permet d'étudier les interactions électromagnétiques des leptons* μ *dans le domaine des transferts d'énergie-impulsion du type temps*;

c) *des réactions produisant des particules qui participent aux interactions fortes*, telles que :

$$e^+ + e^- \longrightarrow \pi^+ + \pi^- \qquad (6)$$

$$e^+ + e^- \longrightarrow \pi^\circ + \gamma \qquad (7)$$

N. Cabibbo et R. Gatto [42] [43] et R. Gatto [44] ont analysé en détail l'intérêt d'étudier expérimentalement ces réactions. La section efficace totale de la réaction (5) est de quelques 10^{-31} cm^2 lorsque l'énergie varie entre 150 et 500 MeV et la section efficace différentielle ne présente pas d'anisotropie prononcée. R. Gatto [44] montre que la théorie des perturbations prévoit, dans le même domaine d'énergie, des sections efficaces de quelques 10^{-32} cm^2 et de quelques 10^{-35} cm^2 pour les réactions (6) et (7) respectivement, mais la présence de certaines résonances peut les augmenter d'un ou même de plusieurs ordres de grandeur.

A - DUREES DE VIE - DIFFUSIONS MULTIPLES FAISCEAU-FAISCEAU - EFFETS DE CHARGE D'ESPACE

1/ Durées de vie.

Les réactions simples, c'est-à-dire celles qui ne font interagir qu'une

particule d'un faisceau avec une particule de l'autre faisceau, font évidemment partie des phénomènes qui peuvent limiter les durées de vie.

La réaction illustrée par le diagramme de Feynman le plus simple est la diffusion coulombienne. Sa section efficace différentielle ne devient très grande qu'aux petits angles ; lorsque la chambre à vide ne présente pas d'obstacle voisin du faisceau, ces diffusions ont une très faible probabilité d'éliminer des particules stockées. Ainsi, dans le cas d'AdA, l'angle minimum de diffusion pour qu'il y ait perte de particules est $2\ 10^{-2}$ rad. La section efficace de diffusion intégrée sur tous les angles supérieurs à $2\ 10^{-2}$ rad est de l'ordre de 10^{-26} cm² à 200 MeV et la durée de vie correspondante supérieure à 1 000 heures dans les conditions habituelles de fonctionnement d'AdA.

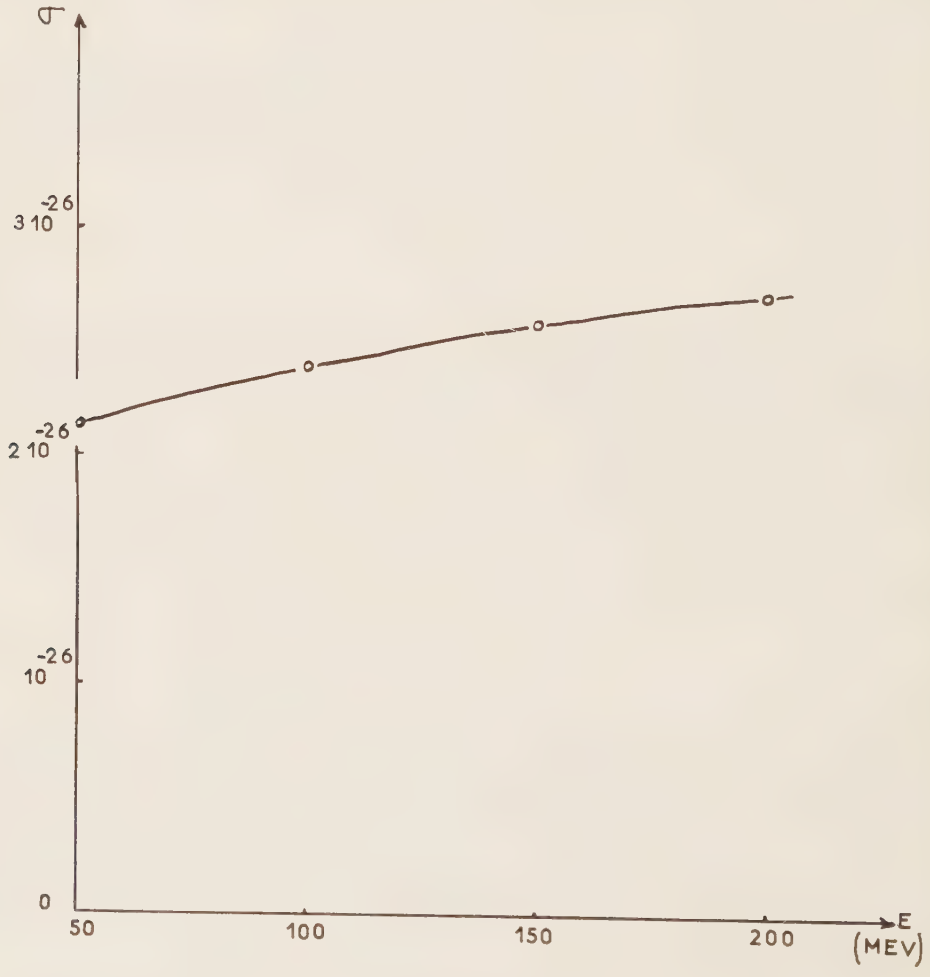


Figure 34 - Section efficace de simple bremsstrahlung : $\int_{0,35E}^{E} d\sigma$. $e^+ + e^- \longrightarrow e^+ + e^- + \gamma$.

On verra dans le paragraphe suivant que les diffusions coulombiennes multiples peuvent, dans certains cas, modifier les durées de vie mais par l'intermédiaire d'un mécanisme complètement différent.

Mises à part les diffusions élastiques, la réaction dont la section efficace est la plus grande est la diffusion inélastique avec création d'un rayon γ. Dans une telle collision, il y a perte d'une particule chaque fois qu'est émis un photon d'énergie supérieure à l'acceptance en énergie ε_{RF} de la cavité radio-fréquence. L. Mango et C. Pellegrini [45] ont calculé la section efficace totale de ces collisions :

$$\sigma = \frac{16}{3} r_0^2 \alpha \left\{ \left(\text{Log } 4\gamma^2 - \frac{1}{2} \right) \left(\text{Log } \frac{E}{\varepsilon_{RF}} - \frac{5}{8} \right) + \frac{1}{2} \left(\text{Log } \frac{E}{\varepsilon_{RF}} \right)^2 - \frac{\pi^2}{6} - \frac{3}{8} \right\} + A$$

où

$$\alpha = \frac{1}{137} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{E}{m_0 c^2}$$

A est un terme correctif:

$$A = \frac{16}{3} r_0^2 \alpha \left\{ 2,14 \left[\frac{3}{8} \left(\text{Log } \frac{\varepsilon_{RF}}{E} + 1 \right) \right] - 1,7 \frac{3}{16} \right\}$$

Dans AdA, en prenant E = 200 MeV et ε_{RF} = 0,4 MeV, la section efficace de perte est $\sigma = 2,6\ 10^{-25}$ cm^2.

La durée de vie τ_1 d'un faisceau, en présence de l'autre faisceau, lorsque ce dernier a N_2 particules est :

$$\tau_1 = \frac{t_s}{2 N_2} \frac{S}{\sigma}$$

où t_s est la période de rotation des particules et $S = 4\pi\ \sigma_r\ \sigma_z$ l'aire de la section transverse des faisceaux. Avec les valeurs numériques suivantes :

$$S = 10^{-3} \text{ cm}^2 , \quad N_2 = 4\ 10^7 , \quad t_s = 13,6\ 10^{-9} \text{ s}$$

on obtient :

$$\tau_1 = 180 \text{ heures}$$

Cette limitation n'est donc pas gênante dans le cas d'AdA avec les niveaux de remplissage actuels, mais on voit qu'elle peut jouer un rôle très important dans le cas de machines pouvant stocker des faisceaux de plus fortes intensités.

2/ Diffusions multiples faisceau-faisceau.

Les diffusions coulombiennes multiples d'un faisceau par l'autre augmentent la hauteur des paquets et peuvent ainsi jouer un rôle indirect sur les durées de vie, lorsque celles-ci sont limitées par l'effet AdA.

Pendant l'unité de temps, le nombre de diffusions d'angle compris entre θ et $\theta + d\theta$ d'une particule appartenant au faisceau n° 1 est :

$$\rho(\theta)\, d\theta = 2f \frac{N_2}{kS} \frac{4 r_0^2}{\gamma^2} \frac{2\pi\, d\theta}{\theta^3}$$

N_2 est le nombre total de particules du faisceau qui diffuse (faisceau n° 2).

$S = 4\pi\sigma_r \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{z_1}^2 + \sigma_{z_2}^2}{2}}$ caractérise la section d'interaction des deux faisceaux qui ont la même largeur $2\sqrt{\pi}\sigma_r$ et qui ont pour hauteur $2\sqrt{\pi}\sigma_{z_1}$ et $2\sqrt{\pi}\sigma_{z_2}$ respectivement.

f est la fréquence de la tension radio-fréquence.

2 k est le nombre des régions d'interaction.

Un calcul exactement analogue à celui fait chapitre III § D iii conduit à :

$$\sigma_{z_1} = \frac{\lambda\!\!\!^{-}_v \sqrt{\tau_v}}{2} \sqrt{\frac{\overline{\theta^2}}{2}} = \frac{\lambda\!\!\!^{-}_v r_0}{\gamma} \left(2\pi\, \tau_v\, f\, \frac{N_2}{kS}\, \mathrm{Log}\, \frac{\theta_{max}}{\theta_{min\,2}}\right)^{1/2}$$

θ_{max} est l'angle maximum de diffusion n'entraînant pas la perte de la particule (électron ou positron) diffusée :

$$\frac{1}{\theta_{max}^2} \approx \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda\!\!\!^{-}_r{}^2}{a^2} + \frac{\lambda\!\!\!^{-}_z{}^2}{b^2}\right)$$

a et b sont les demi-axes de la section de la chambre à vide supposée elliptique.

$\theta_{min\,2}$ est "l'angle minimum" de diffusion compte-tenu de l'effet d'écran que les électrons exercent les uns sur les autres. On a :

$$\theta_{min\,2} \sim \frac{\lambda\!\!\!^{-}}{d_2} = \frac{137}{\gamma}\,\frac{r_0}{d_2}$$

d_2 = distance moyenne d'un électron à ses voisins immédiats dans un paquet du faisceau qui diffuse (faisceau n° 2) $\sim \left(\frac{k\,V}{N_2}\right)^{1/3}$. Dans les conditions habituelles de fonctionnement d'AdA, il se trouve que ce dernier paramètre est de l'ordre de grandeur de σ_{z_2}.

$\lambda\!\!\!^{-}$ = longueur d'onde réduite de de Broglie des électrons d'énergie E.

Si l'on suppose que ces diffusions multiples d'un faisceau par l'autre jouent le rôle prépondérant dans les dimensions verticales, on déduit de la valeur de σ_{z_1} donnée plus haut :

$$\sigma_{z_{1,2\,\text{équilibre}}} = A^{2/3}\,\frac{N_{2,1}^{1/2}}{(N_1 + N_2)^{1/6}}$$

où

$$A = \frac{\lambda\!\!\!^{-}_v r_0}{\gamma}\left[\frac{\tau_v}{\sqrt{2}}\,\frac{f}{k}\,\frac{1}{\sigma_r}\,\mathrm{Log}\,\frac{\theta_{max}}{\theta_{min}}\right]^{1/2}$$

On a négligé la différence des valeurs prises par le facteur logarithmique pour $\theta_{min\,1}$ et $\theta_{min\,2}$ respectivement.

Pour que ces calculs soient valables, il faut s'assurer que, dans les conditions d'équilibre ainsi obtenues, on est bien en régime de diffusions multiples, c'est-à-dire que le nombre de diffusions q par période d'amortissement τ_v est grand :

$$q_{1,2} = \tau_v \; 2 f \frac{N_{1,2}}{kS} \frac{4\pi r_0^2}{\gamma^2} \frac{1}{\theta^2_{min\,1,2}} \gg 1$$

En appliquant ces formules à AdA avec les valeurs numériques suivantes :

$\gamma = 400$; $f = 1{,}50\ 10^8\ s^{-1}$; $k = 2$;

$\tau_v = 25\ 10^{-3}$ s ; $N_1 = N_2 = 10^7$; $\sigma_r = 5\ 10^{-2}$ cm ;

$d = 2{,}5\ 10^{-4}$ cm ; $\theta_{max} = 20\ 10^{-3}$ rad ; $\lambda_v = 85$ cm ;

on obtient :

$$\theta_{min} \sim 4\ 10^{-10} \text{ rad} \quad ; \quad \sigma_{z_1} = \sigma_{z_2} = 2{,}3\mu \; ;$$
$$h = 2\sqrt{\pi}\,\sigma_z = 8\mu \quad ; \quad q \sim 10^7 \; .$$

Le paramètre le plus incertain dans ce calcul est θ_{min}. On a choisi pour d pour une valeur très voisine de σ_z. On vérifie que la formule $d = \left(\frac{kV}{N}\right)^{1/3}$ donne une valeur du même ordre, à savoir 9μ.

De toutes façons, σ_z varie très lentement en fonction de θ_{min}, et l'on peut conclure de façon sûre que si un faisceau stocké seul avait sa hauteur "naturelle", à savoir celle résultant du rayonnement synchrotron seul, ces diffusions multiples devraient avoir un effet sur les "durées de vie AdA" lorsque les deux faisceaux interagissent.

Or, les durées de vie mesurées avec des nombres de particules $N_+ \sim N_- \sim 2\,10^7$ ne révèlent aucune amélioration lorsqu'on les compare aux durées de vie d'un faisceau seul. On peut en conclure que les dimensions des faisceaux dans AdA ont au moins plusieurs dizaines de microns d'épaisseur.

On verra que l'observation des collisions radiatives (bremsstrahlung) confirme cette conclusion.

3/ Effets de charge d'espace.

Deux particules ultra-relativistes ayant des vitesses parallèles et portant la même charge électrique, exercent l'une sur l'autre une répulsion électrostatique qui compense presque exactement l'attraction magnétique.

La force résultante peut s'écrire :

$$\vec{F} = -\frac{e^2}{4\pi\,\varepsilon_0} \frac{1}{\gamma^2} \overrightarrow{\text{grad}} \left[s^2 + (1 - \beta^2)\,(r^2 + z^2)\right]^{-\frac{1}{2}}$$

(s, r et z sont les coordonnées relatives des deux particules dans un trièdre trirectangle tel que l'axe des "s" soit parallèle aux vecteurs vitesse des deux particules).

Pour $\beta = 0$, $\vec{F}$ se réduit évidemment à la force de répulsion coulombienne. On voit qu'à haute énergie cette force est réduite par le facteur γ dans le plan $s = 0$.

Il résulte de cette compensation que les effets de charges d'espace entre particules appartenant à un même paquet n'imposent pas en général de limites gênantes sur les intensités maximales que l'on peut réaliser dans un anneau de stockage.

Par contre, lors du croisement de deux paquets, les forces dues aux champs électrique et magnétique créés par l'un des paquets sur l'une des particules de l'autre paquet ont, puisqu'il s'agit de vitesses opposées, des effets approximativement égaux qui s'ajoutent au lieu de se retrancher. F. Amman et D. Ritson [46] ont étudié les conséquences de cet effet de charge d'espace sur les oscillations bétatron verticales.

F. Amman et D. Ritson assimilent chaque paquet de l'un des faisceaux à un parallélipipède rectangle de dimensions l x w x h (longueur, largeur, hauteur) contenant $\frac{N}{k}$ particules. Une particule de l'autre faisceau traversant un tel paquet à la hauteur z reçoit une quantité de mouvement verticale $\overrightarrow{\Delta p}$ égale à :

$$\overrightarrow{\Delta p} = \int \vec{F}\, dt \approx 2e\vec{E}\,\frac{1}{2c} \begin{cases} \approx -4\pi \dfrac{N}{k}\dfrac{z\,r_0}{w\,h}\, m_0 c & |z| < \dfrac{h}{2} \\ \approx -2\pi \dfrac{N}{k}\dfrac{r_0}{w}\dfrac{|z|}{z}\, m_0 c & |z| \sim w \\ \approx -2\pi \dfrac{N}{k}\dfrac{r_0}{z}\, m_0 c & |z| \gg w \end{cases}$$

dans le cas du croisement d'un électron (positron) avec un paquet de positrons (électrons).

On voit que, dans ce modèle, la particule subit une déflection proportionnelle à z tant qu'elle passe à l'intérieur du paquet $\left(|z| \leqslant \frac{h}{2}\right)$. En ce qui concerne les oscillations bétatron verticales, tout se passe donc comme si la particule traversait une lentille convergente -dans le cas $e^+ - e^-$- de distance focale :

$$A = \frac{k}{N}\,\frac{\gamma}{4}\,\frac{w\,h}{r_0}$$

F. Amman et D. Ritson linéarisent ainsi le problème et prévoient une variation $\Delta\nu_z$ du nombre d'onde bétatron vertical tel que :

$$\cos 2\pi\left(\frac{\nu_z + \Delta\nu_z}{k}\right) = \cos\frac{2\pi\,\nu_z}{k} - \frac{\beta_z}{2A}\sin\frac{2\pi\,\nu_z}{k}$$

où β_z est le carré de la fonction amplitude verticale telle qu'elle apparaît dans la matrice de transfert sur un tour.

Le déplacement du nombre d'onde est approximativement proportionnel à N. Les auteurs cités prévoient que si l'on augmente de plus en plus le nombre de particules stockées dans un faisceau, le nombre d'onde ν_z de l'autre faisceau croît de plus en plus et peut atteindre une résonance. A partir de ce seuil, ce dernier faisceau forme un halo entourant le faisceau le plus intense.

Dans AdA

$$\nu_z = 0,7644$$

$$\nu_r = 0,6783$$

La figure 16 montre que la première résonance atteinte lorsque ν_z croît, ν_r restant constant, est la résonance :

$$3\nu_z + \nu_r = 3$$

Cette résonance étant d'un ordre élevé, il semble, à priori, que l'on puisse la traverser sans que rien ne se passe. Néanmoins il est intéressant de calculer à quel niveau de remplissage on atteint cette résonance. En utilisant les valeurs suivantes pour les divers paramètres entrant dans la théorie d'Amman-Ritson :

$$\Delta\nu_z = 0,0095\ ,\quad \beta_z = 83\ \text{cm}\ ,\quad w = 5\ 10^{-4}\ \gamma\ \ \text{cm}\ ,\quad h = 2\ 10^{-5}\ \gamma\ \ \text{cm}$$

on obtient :

$$N = 4\ \gamma^3$$

On a supposé pour ce calcul que la hauteur des faisceaux résulte principalement d'un couplage entre les oscillations bétatron radiales et verticales et qu'elle est, par conséquent, proportionnelle à l'énergie. Pour E = 200 MeV, énergie à laquelle la plupart des expériences ont été faites, on obtient $N \approx 2\ 10^8$, soit environ cinq fois plus que le niveau de remplissage habituel.

Pour E = 100 MeV, on traverse cette résonance lorsque $N \approx 3\ 10^7$. Si les défauts de champ magnétique d'AdA sont tels que cette résonance quadratique puisse donner lieu au "halo" d'Amman-Ritson, on devrait pouvoir l'observer en réduisant ainsi l'énergie. Comme à 100 MeV l'effet AdA joue un rôle très important sur les durées de vie, la meilleure façon de mettre en évidence un éventuel changement de structure du faisceau le moins intense est probablement d'observer sa durée de vie. La recherche de cet effet n'a pas été entreprise.

B - ANNIHILATIONS EN DEUX GAMMAS

La première réaction que l'on ait cherché à mettre en évidence sur AdA est l'annihilation [37] [39] :

$$e^+ + e^- \longrightarrow 2\gamma$$

A 200 MeV la section efficace totale de cette réaction est environ 10^{-29} cm^2. Le niveau de remplissage d'AdA était $N_+ \sim N_- \sim 2\ 10^7$. Avec un tel nombre de particules stockées, le taux de comptage attendu est, par heure :

$$\dot{n} = \frac{1}{t_s}\frac{N_+ N_-}{k}\frac{\sigma}{S}\eta = \frac{25}{h}\eta \qquad h^{-1}\ \mu^{-1}$$

où $h = 2\sqrt{\pi}\,\sigma_z$ est la hauteur des faisceaux exprimée en microns et η est l'efficacité du système de détection.

On verra que η était voisin de 1/4. Par ailleurs, lorsque cette expérience a été entreprise, on pensait que la hauteur des faisceaux était voisine de 1,5 micron (cf. chapitre III § D), ce qui aurait conduit à un taux de comptage de 4 coups par heure. Avec un tel taux d'annihilations, l'expérience eût été réalisable.

Dispositif expérimental.

Le système de détection est constitué de deux compteurs Čerenkov C_1 et C_2 en verre au plomb. Chaque détecteur est un cylindre de 15 cm de diamètre et 25 cm de long, vu par un photomultiplicateur 58 AVP. Ces deux compteurs sont montés de façon telle que leur axe commun soit tangent à l'orbite d'équilibre au point diamétralement opposé au "gap" de la cavité radio-fréquence.

La distance de la région d'interaction à la face d'entrée de chacun des compteurs est de 1 mètre. En face de chaque cylindre de verre se trouve un collimateur de plomb ayant une ouverture circulaire de 10 cm de diamètre. Deux scintillateurs plastiques A_1 et A_2 sont placés au-dessus de C_1 et C_2 de façon à éliminer les signaux dus aux rayons cosmiques et deux autres scintillateurs plastiques B_1 et B_2 situés devant C_1 et C_2 servent à éliminer les signaux dus à des particules chargées venant de la région d'interaction. Les deux ensembles de compteurs sont entourés par des écrans de plomb de plusieurs centimètres d'épaisseur.

Le traitement des signaux est indiqué sur le schéma 35. L'ensemble de l'électronique a été construite par G. Di Giugno et R. Querzoli. La pièce maitresse est un oscilloscope très rapide à quatre traces construit par le Laboratoire d'Electronique de l'Université de Bologna.

Chaque coïncidence C_1-C_2, observée avec un pouvoir de résolution de 15 ns, déclenche l'oscilloscope dont les quatre traces révèlent respectivement les signaux :

i/ $A_1 + B_2$

ii/ $A_2 + B_1$

iii/ $C_1 + C_2$

iv/ le signal de la cavité radio-fréquence.

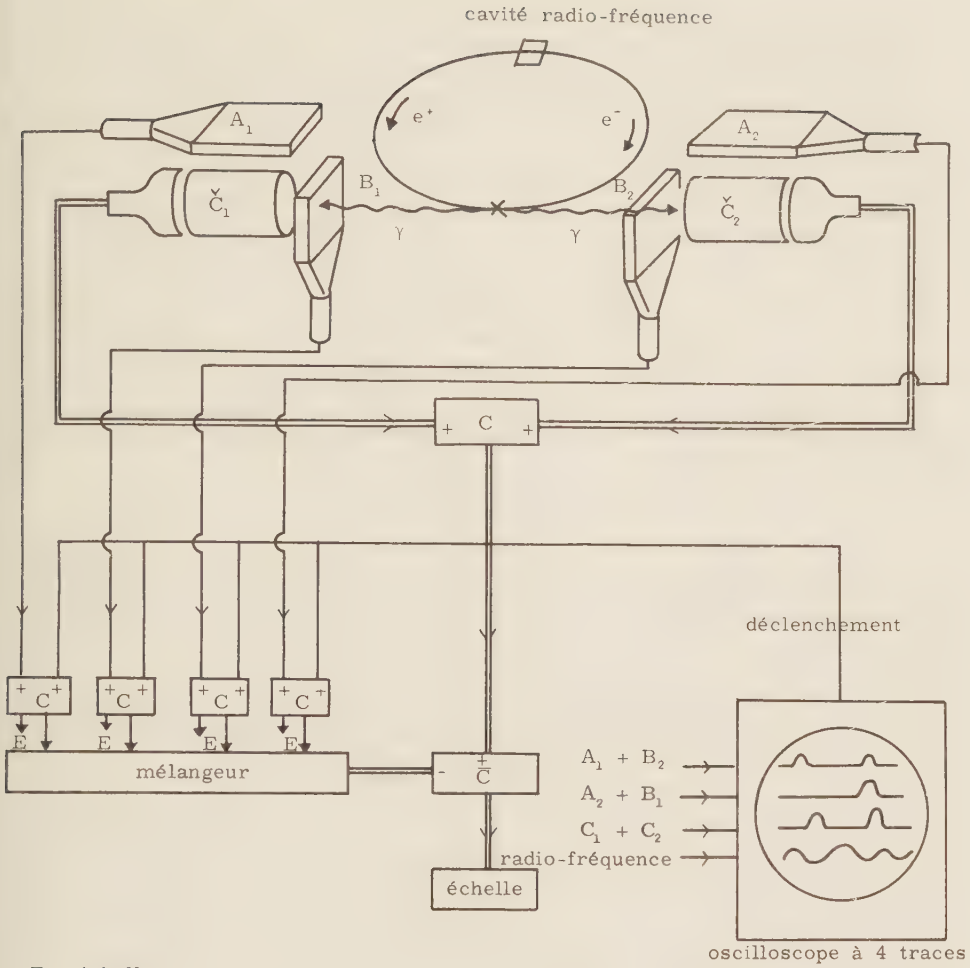
Les traces i et ii permettent d'éliminer tout signal provenant de particules chargées.

La trace iii permet de mesurer les coïncidences C_1-C_2 avec un pouvoir de résolution de 3 ns et l'énergie de chacun des rayons γ avec un pouvoir de résolution de 40 %.

Le balayage horizontal des traces iii et iv est obtenu à l'aide des mêmes plaques dans le tube cathodique. La trace iv a pour but de mesurer la phase de la tension radio-fréquence au moment de la détection des γ.

La figure 36 donne un exemple de photographie des 4 traces lorsque les signaux C_1 et C_2 ont pour origine des particules neutres.

L'étalonnage en énergie des deux compteurs Čerenkov, la mesure de leur pouvoir de résolution à diverses énergies et la détermination précise des retards à introduire entre les diverses voies pour régler les circuits



E : échelle

C : unité à coïncidences

$\overline{C}$: unité à anticoïncidences

Schéma 35

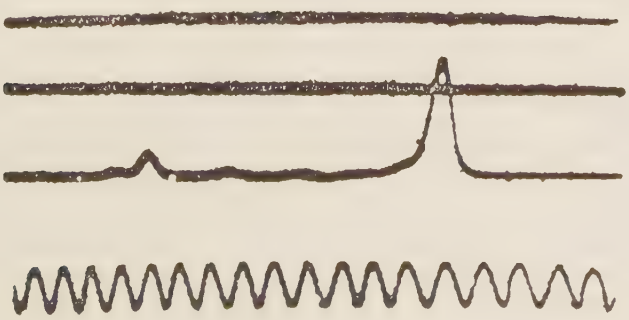


Figure 36 - Exemple de photographie prise avec l'oscilloscope à 4 traces.

de coïncidences ont été faits très facilement en utilisant le faisceau de l'accélérateur linéaire après avoir réduit son intensité à 1 électron/s en moyenne. Pour obtenir une intensité aussi basse à 200 MeV, alors que l'accélérateur est réglé pour fonctionner à 450 MeV, on coupe le chauffage du canon et la tension d'injection et on ferme les fentes d'analyse en énergie à 0,1 % environ. L'intensité peut être contrôlée à l'aide des bobines de guidage situées le long du guide accélérateur. Les quatre scintillateurs A_1, A_2, B_1 et B_2 sont montés de façon à former un télescope unique suivi de C_1 ou C_2 ; chaque coïncidence déclenche un signal sonore qui est transmis à l'opérateur qui contrôle l'accélérateur, de façon à ce qu'il ait une mesure de l'intensité du faisceau.

L'efficacité η du système de détection est le produit de deux facteurs :

1/ le premier provient de la conversion possible des rayons γ lorsqu'ils sortent de la chambre à vide à travers ses parois ; ils traversent environ 6 mm d'acier inox (par suite de la présence d'une soudure). La longueur de radiation de ce métal étant 18 mm, la proportion des rayons γ qui traversent la paroi sans se matérialiser est :

$$\eta_1 = e^{-\frac{7}{90},333} = 0,78$$

2/ le deuxième facteur est lié à la géométrie du système de détection. L'angle solide sous-tendu par les détecteurs Čerenkov est $8\ 10^{-3}$ stéradian : il en résulte une efficacité de détection de 48 % pour les photons émis au centre de la portion d'orbite vue par les compteurs. La courbure de l'orbite d'équilibre fait que cette efficacité décroît lorsqu'on s'écarte de ce point central, pour atteindre 25 % à ± 7 cm. Les interactions étant réparties longitudinalement selon une distribution gaussienne d'écart-type 3,5 cm, l'efficacité de détection a une valeur moyenne η_2 de 0,4 environ.

L'erreur possible de centrage de la portion d'orbite vue par les détecteurs par rapport à la région d'interaction est de ± 1 cm. Il en résulte que:

$$\eta_2 = 0,4 \begin{matrix} +0,00 \\ -0,05 \end{matrix}$$

Finalement :

$$\eta = \eta_1^2\ \eta_2 = 0,24 \begin{matrix} +0,00 \\ -0,03 \end{matrix}$$

Résultats expérimentaux.

La détection des γ a été faite avec un nombre de

$$(\text{particules})^2 \times \text{heures} : \int N_+\ N_-\ dt = 2\ 10^{15}$$

Pour chaque coincidence γ - γ observée, on a fait la somme des hauteurs des deux signaux $C_1 + C_2$. L'ensemble des évènements conduit à l'histogramme présenté sur la figure 37. On a indiqué sur cette figure le domaine dans lequel doit tomber la somme $C_1 + C_2$ lorsque ces signaux ont été créés par deux rayons γ de 200 MeV : il y a 11 évènements dans ce domaine.

Les mesures de la phase de la tension radio-fréquence faites sur la quatrième trace de l'oscilloscope montrent que ces évènements n'ont pas de phase préférée. Cette mesure de phase ayant une résolution de $\frac{\pi}{2}$, on déduit que le nombre d'annihilations observées est au plus 2 ± 2.

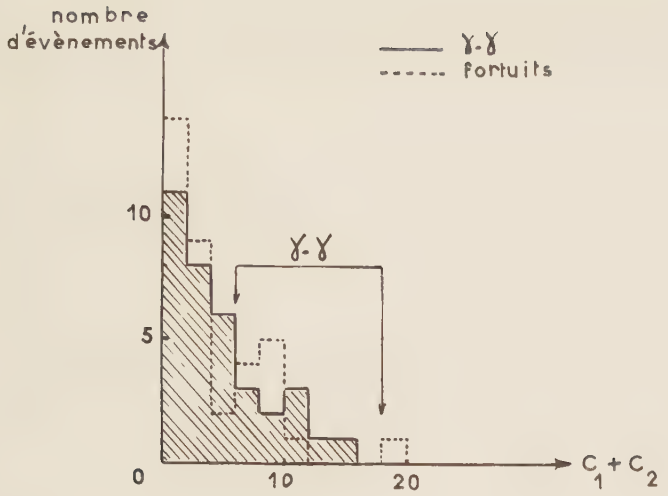


Figure 37 - Spectres de la somme des impulsions $C_1 + C_2$.

Dans cette expérience, le bruit de fond B provient presque uniquement des pertes progressives de particules stockées. On a :

$$B = 2\eta_B \, r \int \frac{dN_+}{dt} \frac{dN_-}{dt} \, dt$$

où r est le pouvoir de résolution du système de coïncidence; η_B est l'efficacité avec laquelle les compteurs détectent les particules perdues ; l'intégrale porte sur toute la durée des mesures.

On peut mesurer le bruit de fond seul si l'on augmente artificiellement $\frac{dN_+}{dt}$ et $\frac{dN_-}{dt}$ de façon à obtenir la même valeur de $\int \frac{dN_+}{dt} \frac{dN_-}{dt} \, dt$ en un temps suffisamment court pour que le nombre de bons évènements soit négligeable. Pour diminuer ainsi les durées de vie sans introduire de corrélation entre les instants auxquels on perd les électrons et les positrons, on a réduit la tension crête de la cavité radio-fréquence. L'histogramme des évènements ainsi obtenus est aussi représenté sur la figure 37. Il y a 10 évènements dans le domaine des 2γ. Ceci confirme le résultat avancé plus haut, à savoir que le nombre d'annihilations observées est au plus égal à 2 ± 2 pour une circulation de $2\ 10^{15}$ (particules)^2 × heures, la valeur 0 paraissant la plus probable.

La formule donnée au début de ce paragraphe indique que le nombre total d'évènements attendu est $\frac{30}{h}$ ou h est la hauteur des faisceaux exprimée en microns. On en déduit que cette hauteur est supérieure, d'un ordre de grandeur au moins, à celle calculée à partir des effets du rayonnement synchrotron (1,5 μ). Cette conclusion confirme celle qui a été tirée de l'étude des "durées de vie AdA" et de l'étude des diffusions multiples faisceau-faisceau.

C - BREMSSTRAHLUNG SIMPLE(*)

1/ Généralités.

A l'énergie habituelle de fonctionnement d'AdA, soit 195 MeV, la réaction :

$$e^+ + e^- \longrightarrow e^+ + e^- + \gamma$$

a une section efficace 2700 fois plus grande que la réaction d'annihilation :

$$\sigma_{\text{simple bremsstrahlung}} = 2,7\ 10^{-26}\ \text{cm}^2$$

en ne comptant que les photons de plus de 70 MeV émis par un seul type de particules, électrons ou positrons. Pour cette raison et pour d'autres exposées au début de ce chapitre, cette réaction apparaît comme la meilleure à exploiter pour mesurer la luminosité $L = \frac{N_+ N_-}{S}$.

Les trois inconvénients que présente cette réaction ne sont pas sérieux :

- le taux de comptage dépend du seuil en énergie à partir duquel on compte les rayons γ : il faut donc un système de détection ayant une assez bonne résolution en énergie et convenablement étalonné. On peut profiter du fait que la section efficace est une fonction logarithmique du seuil lorsque celui-ci est assez loin du maximum E du spectre des photons;

- par suite de la géométrie, cette réaction ne se prête pas facilement à des détections en coïncidence de deux particules de l'état final. Pour éliminer la partie du bruit de fond qui n'est pas corrélée convenablement dans le temps avec le passage des paquets dans la région d'interaction, on peut mesurer la phase du signal radio-fréquence à chaque détection de rayons γ. Une telle mesure peut être faite avec grande précision et permet une sélection des évènements aussi bonne que celle offerte par la technique des coïncidences;

- les collisions des électrons (ou des positrons selon le cas) avec les atomes du gaz résiduel produisent un bruit de fond extrêmement semblable au signal. Pour mesurer ce bruit de fond, on peut utiliser l'une ou l'autre des remarques suivantes :

a) Les rayons γ produits par les collisions sur le gaz résiduel sont émis tout le long de l'orbite d'équilibre, proportionnellement à la pression locale, alors que les interactions faisceau-faisceau n'ont lieu que dans certaines régions.

b) Lorsqu'on fait varier la densité des faisceaux en gardant constantes les intensités, le bruit de fond reste constant alors que le taux des interactions faisceau-faisceau change.

c) Le bruit de fond et le signal sont des fonctions différentes de N_+ et N_- : le signal est proportionnel au produit $N_+ N_-$ alors que le bruit de fond ne dépend que de N_+ ou de N_- selon que le système de détection fait

---

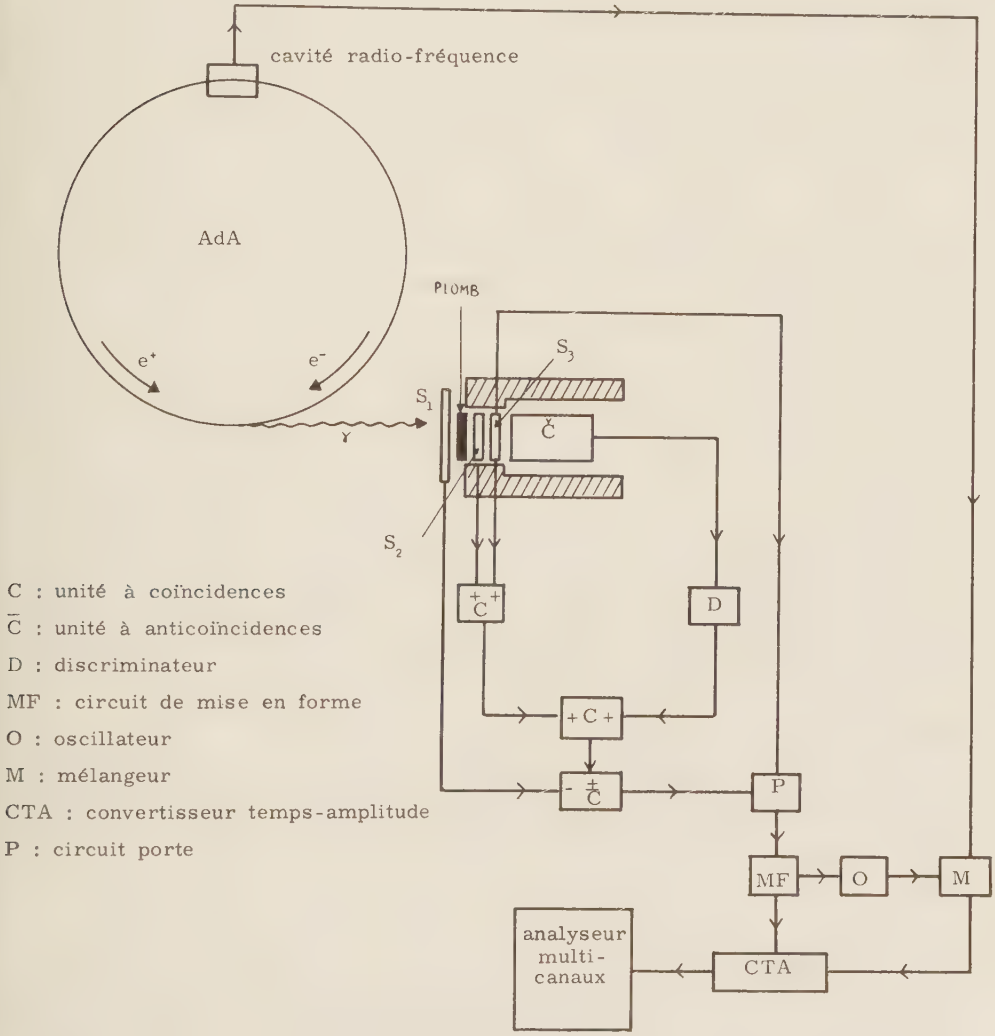
(*) Ce paragraphe suit d'extrêmement près la publication du groupe AdA citée référence 39.

face au faisceau de positrons ou d'électrons. Le rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$ est indépendant de l'intensité du faisceau auquel le système de détection fait face.

d) Le taux des collisions faisceau-faisceau n'est pas sensible à une détérioration du vide.

2/ Dispositif expérimental.

Les rayons γ produits lors des collisions d'un faisceau avec, soit l'autre faisceau, soit les molécules du gaz résiduel, sont détectés à l'aide d'un télescope de 4 compteurs (voir figure 38).



C : unité à coïncidences

$\overline{C}$: unité à anticoïncidences

D : discriminateur

MF : circuit de mise en forme

O : oscillateur

M : mélangeur

CTA : convertisseur temps-amplitude

P : circuit porte

Figure 38

Suivant la direction d'émission des photons, on rencontre successivement :

a) un scintillateur S_1 pour éliminer les particules chargées ;

b) un convertisseur en plomb de 5 mm d'épaisseur qui matérialise les γ, créant des particules chargées qui sont détectées par les compteurs qui suivent ;

c) deux scintillateurs S_2 et S_3 ;

d) un détecteur Čerenkov en verre au plomb.

Ce dernier détecteur a déjà été décrit dans le §B de ce chapitre. L'écran de plomb qui le protège des gerbes provenant des électrons ou des positrons qui quittent les faisceaux a une épaisseur de 5 centimètres latéralement et 12 cm frontalement. Devant la face antérieure du détecteur Čerenkov, cet écran possède une fenêtre de 10 × 4 cm^2 dont le grand axe est horizontal. Dans cette fenêtre sont logés S_2 et S_3 qui jouissent ainsi eux-mêmes d'un excellent blindage. Les signaux de ces deux compteurs sont pris en coïncidence de manière à améliorer encore le rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$.

L'axe de ce télescope est tangent, à 5 mm près, à l'orbite d'équilibre au point diamétralement opposé à la région accélératrice de la cavité radio-fréquence. La distance du convertisseur en plomb au centre de la région d'interaction choisie est de 1,5 mètre dans la plupart des expériences faites.

La logique de l'électronique associée à ce télescope est schématisée sur la figure 38.

Les divers circuits ont été construits par G. Di Giugno et R. Querzoli. La partie la plus originale est celle qui sert à mesurer la phase du signal radio-fréquence à l'instant de la détection de chacun des rayons γ. La méthode utilisée est analogue à celle d'Anderson et Mc Daniel [47].

Les impulsions de S_3, après avoir été triées par une porte et avoir été mises en forme, déclenchent simultanément un convertisseur temps-amplitude et un oscillateur de fréquence 145 Mégahertz. Le signal de cet oscillateur est mélangé à celui de la cavité radio-fréquence ; il en résulte un battement de fréquence 2 Mégahertz dont le premier passage par zéro arrête le convertisseur temps-amplitude. Les performances de ces circuits sont telles qu'elles permettent d'analyser une période de la tension radio-fréquence, soit 7 ns, avec une résolution de 1 ns environ (cf. le paragraphe suivant : "mesures").

Le seuil du discriminateur a été réglé de façon à éliminer les signaux produits dans le détecteur Čerenkov C par des photons d'énergie inférieure à 70 MeV. Pour cela, on a préalablement étalonné C en utilisant le faisceau de l'accélérateur selon une technique décrite dans le paragraphe B de ce chapitre. A 100 MeV, le pouvoir de résolution en énergie du détecteur Čerenkov était 60 %.

3/ Mesures.

Quatre séries de mesures ont été faites ; pour les trois premières, le télescope de compteurs faisait face au faisceau d'électrons ; dans la dernière, il faisait face au faisceau de positrons. Dans toutes ces expériences, l'énergie des particules stockées était 195 MeV et le seuil en énergie de la détection des rayons γ était 70 MeV.

Dans chacune de ces quatre séries d'expériences, on a mesuré le taux de rayons γ émis par (i) le faisceau circulant vers le télescope de compteurs seul, (ii) les deux faisceaux interagissant. Ces mesures ont été faites avec diverses valeurs de N_+ et de N_- comprises entre $4\ 10^7$ et $5\ 10^6$. De plus, un certain nombre de mesures de contrôle ont été faites :

a) en laissant le vide se détériorer dans la chambre jusqu'à des valeurs voisines de 10^{-7} Torr, le taux de collisions entre électrons et molécules du gaz résiduel est multiplié par un facteur 100 environ ; on peut alors, en quelques minutes, vérifier le bon fonctionnement de l'ensemble de l'électronique ; en particulier, on mesure ainsi la phase de la tension radiofréquence correspondant au passage des paquets dans la région d'interaction choisie et le pouvoir de résolution du mesureur de phase.

La figure 39 donne un exemple de spectre des impulsions fournies par le convertisseur temps-amplitude lorsque l'on a laissé remonter la pression dans la chambre. Le spectre est en fait une chronologie des évènements durant une demi-période de révolution des particules. Une période radiofréquence, soit 6,8 ns, est représentée par 27 canaux. La longueur d'orbite vue par le système de détection est 1/3 ns ; la longueur d'un paquet est 1/2 ns. Si l'on retranche ces deux contributions à la largeur du pic, on voit que le pouvoir de résolution est de 1 ns environ, soit $\frac{2\pi}{7}$;

b) des mesures avec des positrons seuls alors que le télescope faisait face au faisceau d'électrons, alors nul;

c) des mesures en présence de couplage entre les oscillations bétatron radiales et verticales, couplage créé par le petit quadrupôle tourné à 45° décrit dans le chapitre II § D. Ces mesures ont été faites avec un et deux faisceaux ;

d) des mesures avec l'axe du télescope de compteurs tangent en un point de l'orbite d'équilibre situé en-dehors des régions d'interaction, avec un et deux faisceaux.

Au cours de toutes ces expériences, les intensités des courants des deux photomultiplicateurs illuminés par la lumière synchrotron de chacun des faisceaux étaient constamment enregistrées. On avait ainsi à tout instant une mesure précise des nombres de particules stockées et des durées de vie. Par ailleurs, la valeur de la pression dans la chambre à vide indiquée par la jauge était relevée toutes les dix minutes.

La figure 40 donne un exemple de la distribution des phases radiofréquence (à $2k\pi$ près) des impulsions fournies par S_3, après le tri $\overline{S}_1\ S_2\ S_3\ C$. La durée de cette mesure a été de 20 minutes, les nombres moyens de positrons et d'électrons stockés : $N_+ = 3,26\ 10^7$, $N_- = 1,74\ 10^7$, la pression moyenne lue sur la jauge : $p^* = 1,21\ 10^{-9}$ Torr.

4/ Résultats et interprétation.

Les mesures faites avec un seul faisceau tournant dans le sens opposé au sens de détection du télescope ont montré que le taux de comptage était alors tout à fait négligeable, une fois soustraite la contribution des rayons cosmiques. Donc, les seules sources de rayons γ de plus de 70 MeV déclenchant les coïncidences $\overline{S}_1\ S_2\ S_3\ C$ sont, à priori :

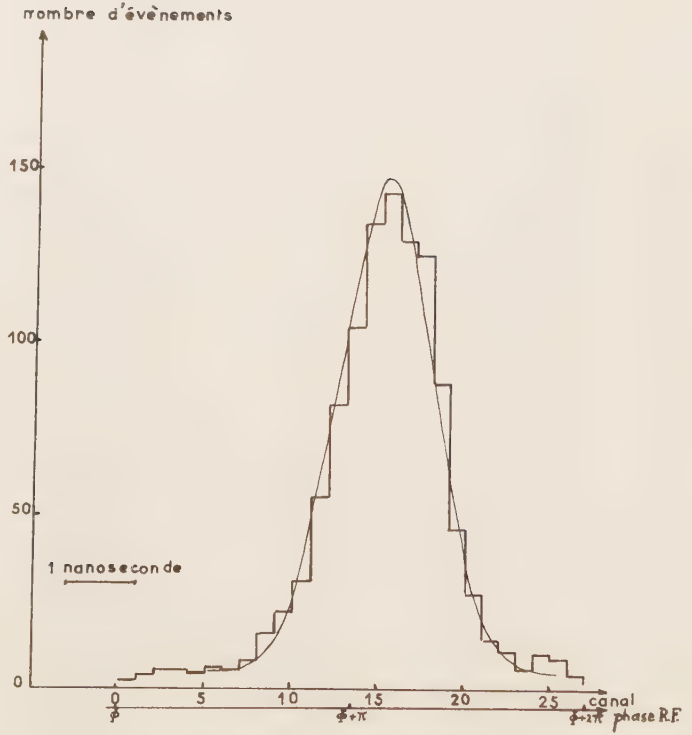


Figure 39 - Exemple de spectre des phases pris avec un seul faisceau stocké, lorsqu'on laisse remonter la pression dans la chambre.

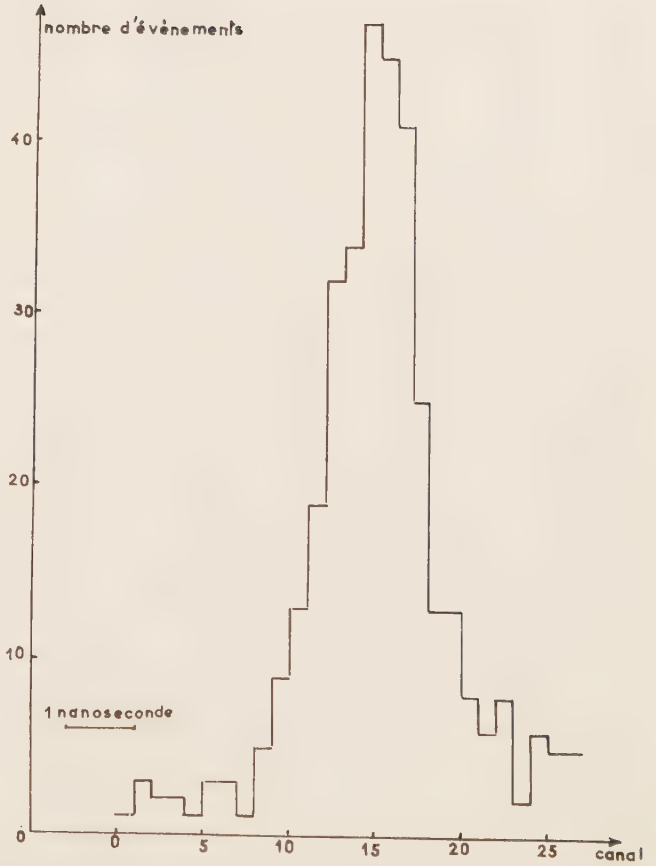


Figure 40 - Exemple de spectre des phases résultant des collisions entre les deux faisceaux stockés (pression dans la chambre $\approx 10^{-9}$ Torr).

a) les collisions $e^+ - e^-$,

b) les collisions des particules appartenant au faisceau auquel le télescope de détecteurs fait face, avec les molécules du gaz résiduel,

c) les gerbes produites par les particules qui quittent ce même faisceau, spiralisent et vont frapper les parois de la chambre à vide,

d) les rayons cosmiques.

Les impulsions venant de c) et d) n'ont aucune phase radio-fréquence préférée : elles forment donc un fond plat dans les spectres de phases. La figure 40 montre que le blindage du télescope était tel que la contribution de ces deux sources était faible et facile à soustraire.

Pour chaque mesure du taux de comptage $\dot{n}$ restant dans le pic après cette soustraction, on pose :

$$\dot{n} = N_1 (A\, p^* + B\, N_2)$$

où p^* est la pression lue sur la jauge. N_1 est le nombre de particules appartenant au faisceau auquel le télescope fait face ; N_2 le nombre de particules de l'autre faisceau.

Les mesures faites avec un seul faisceau ont pour but de déterminer la contribution du gaz résiduel à la production des rayons γ. Cette contribution représente environ la moitié du taux de comptage total lorsque le faisceau numéro 2 contient $3\ 10^7$ particules et que la pression dans la chambre est voisine de 10^{-9} Torr.

Le taux des collisions sur les molécules du gaz résiduel est proportionnel à la pression locale dans la région d'interaction ; elle est susceptible de changer si la composition de ce gaz évolue. La seule information que l'on ait sur ce gaz provient de la jauge de pression située assez loin de la région d'interaction utilisée. Cette jauge indique que la pression varie de façon monotone et lente au cours des mesures : juste après les remplissages, $p^* \approx 1{,}3$ à $1{,}4\ 10^{-9}$ Torr et décroît lentement pour atteindre 0,9 à $0{,}8\ 10^{-9}$ Torr après plusieurs heures de mesures (cf. Figure 3).

Pour savoir si les indications de la jauge suivent fidèlement les variations de la pression locale dans la région d'interaction, le rapport $\frac{\dot{n}}{N_1\, p^*} = A$ a été mesuré avec un seul faisceau pour de nombreuses valeurs de N_1 et cela dans chacune des quatre séries d'expériences. Chaque ensemble de mesures a montré que A était constant aux fluctuations statistiques près. Par conséquent, les indications de la jauge peuvent être utilisées pour contrôler les interactions des faisceaux avec le gaz résiduel. La valeur de A ainsi obtenue est :

$$A = (5{,}9 \pm 0{,}8)\ s^{-1}\ \text{particule}^{-1}\ \text{Torr}^{-1}$$

L'ensemble des résultats expérimentaux obtenus avec les deux faisceaux interagissant est illustré par la figure 41 où l'on a porté $\frac{\dot{n}}{N_1}$ en fonction de N_2, après avoir fait les corrections exigées par les lentes variations de pression d'une mesure à l'autre. On voit que l'augmentation du taux de comptage apparaît proportionnelle à N_2, et l'on déduit de ces mesures la valeur du coefficient de proportionnalité B introduit plus haut :

$$B = (2,25 \pm 0,2)\ 10^{-16}\ s^{-1}\ particule^{-2}$$

Des mesures de contrôle ont eu pour but de s'assurer que cette augmentation du rayonnement γ est bien due à l'interaction directe des deux faisceaux. Pour cela, on a exploité deux caractères fondamentaux des interactions directes : (i) elles sont localisées, (ii) leur taux varie comme $\frac{1}{S} = \int\int \rho_+ \rho_- \, dr\, dz$.

Pour vérifier que l'augmentation du taux de comptage observé en présence du faisceau n° 2 est limité aux régions d'interaction, on a tourné AdA de 0,1 radian, de façon à ce que le télescope de détecteurs vise une région de l'orbite d'équilibre autre qu'une région d'interaction. Le taux de comptage $\frac{\dot{n}}{N_1}$ mesuré pour diverses valeurs de N_2 allant jusqu'à $4\ 10^7$ s'est révélé, aux fluctuations statistiques près, indépendant de N_2.

Pour s'assurer que le taux de comptage dépendait de la densité des faisceaux, on a fait diverses mesures en présence de couplage entre les oscillations bétatron radiales et verticales. Les mesures avec un seul faisceau ont montré que le coefficient A n'était pas sensible à ce couplage, ainsi qu'on pouvait le prévoir. Par contre, ce couplage réduit toujours le taux de production des rayons γ lorsque les deux faisceaux sont présents. Le facteur de réduction varie assez sensiblement d'une mesure à l'autre, pour des raisons qui ne sont pas claires. En moyenne, le coefficient B se trouve réduit par le facteur 1,8. Le facteur d'amélioration de la "durée de vie AdA" que provoque ce couplage dans les mêmes conditions(*) est 2,3 environ. Ces deux nombres sont à rapprocher, mais ne peuvent être directement comparés puisque l'amélioration de la "durée de vie AdA" peut être due, non seulement à une augmentation de S, mais aussi à des variations d'autres paramètres, en particulier de la distribution des quantités de mouvement radiales, paramètres susceptibles d'être affectés par le champ magnétique de la petite bobine. En tout cas, on constate que les deux effets en question ont des amplitudes du même ordre.

L'ensemble de ces mesures démontre que ce sont bien les interactions directes $e^+ + e^- \longrightarrow e^+ + e^- + \gamma$ qui sont à l'origine de l'augmentation du taux de comptage des rayons γ observé lorsque les deux faisceaux circulent simultanément.

La mesure de A fournit une information sur la pression et la composition du gaz résiduel :

$$A = \frac{\eta}{p^*} \frac{lc}{L} \left(\sum_i N_i \sigma_i \right) \approx 0,2 \left(\frac{p}{p^*} \right) \overline{Z^2} \qquad s^{-1}\ Torr^{-1}$$

où :

$\eta = 0,45$ est l'efficacité de détection des rayons γ de plus de 70 MeV produits dans les collisions électrons-molécules du gaz résiduel ;

$l = 8,6$ cm est la longueur d'orbite vue par le télescope de détecteurs ;

(*) A savoir, avec une intensité de courant de 700 A dans le quadrupôle de couplage orienté à 45°. Vu l'énergie des particules (195 MeV), à cette intensité correspond une convergence δ du quadrupôle égale à $2,5\ 10^{-3}\ cm^{-1}$.

$L = 407$ cm — est la longueur de l'orbite d'équilibre ;

$c = 3\ 10^{10}$ cm s^{-1} — est la vitesse des électrons ;

N_i — est le nombre d'atomes de nombre atomique Z_i présents dans 1 cm^3 de gaz résiduel dans la région d'interaction (gaz que l'on suppose constitué de molécules diatomiques) lorsque la jauge indique p* Torr;

$\sigma_i \approx 1,04\ 10^{-26} Z_i^2$ cm^2 — est la section efficace de production de rayons γ de plus de 70 MeV dans les collisions d'électrons de 200 MeV avec des atomes de nombre atomique Z_i;

p — est la pression locale vraie qui règne dans la région d'interaction lorsque la jauge indique p*.

$$\overline{Z^2} = \frac{\sum_i N_i Z_i^2}{\sum_i N_i} = \frac{\sum_i p_i Z_i^2}{p}$$

De la valeur mesurée, $A = 5,9\ s^{-1}\ Torr^{-1}$, on déduit

$$\left(\frac{p}{p^*}\right) \overline{Z^2} \approx 30$$

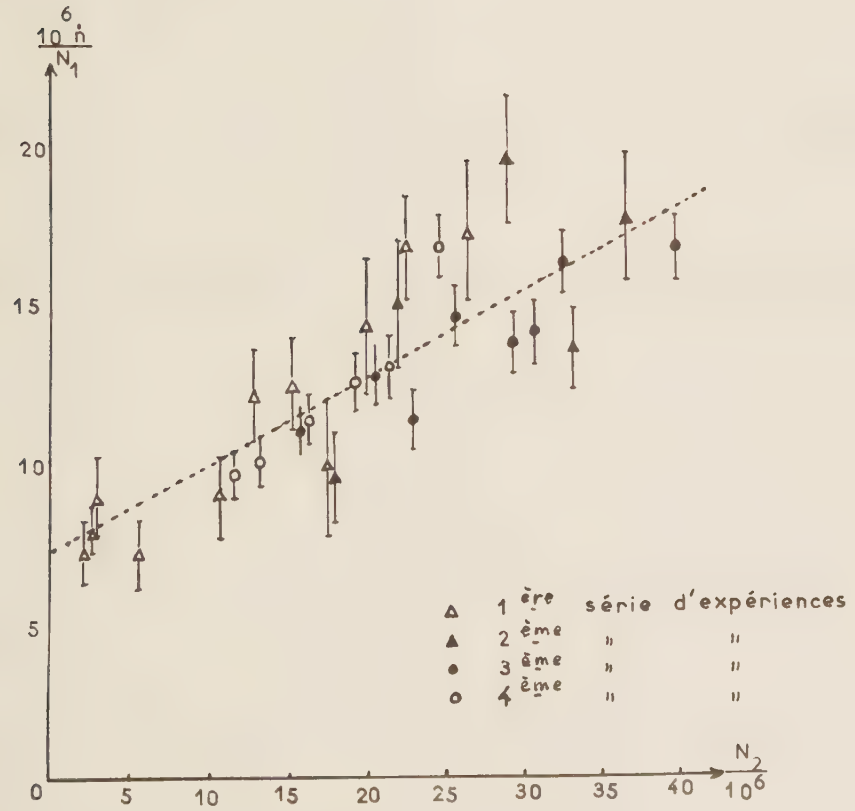


Figure 41 - Bremsstrahlung simple. $\frac{\dot{n}}{N_1} = f(N_2)$.

Ce résultat est à comparer avec celui déduit des mesures de durées de vie à très petit nombre de particules (chapitre V, fin du § A) :

$$\left(\frac{p}{p^*}\right)(\overline{Z^2} + 9\,\bar{Z}) \approx 75$$

En admettant que les indications de la jauge sont correctes, on a $p^* = p$, et les deux informations concernant la nature du gaz résiduel sont alors en accord pour $\bar{Z} \approx 5$. Cette valeur est tout à fait raisonnable, et l'on aurait $\overline{Z^2} \approx 30$.

De la mesure du coefficient B, on déduit le volume V d'un paquet (cf. le paragraphe d'introduction de ce chapitre) :

$$B = \frac{\dot{n}}{N_+ N_-} = \frac{2\,\eta\,\sigma}{t_s\,k\,V} \int_{-l/2}^{+l/2} e^{-\frac{s^2}{\sigma_1^2}}\,ds$$

L'intégrale est égale à 7,6 cm, $\sigma = 2{,}7\ 10^{-26}$ cm^2, $\eta = 0{,}45$, $B = 2{,}25\ 10^{-16}$ s^{-1}, d'où :

$$V = 0{,}03 \text{ cm}^3$$

Utilisant la valeur calculée de la longueur des paquets : $l = 25{,}5$ cm (cf. chapitre III § D), *on déduit l'aire de la section transverse des faisceaux*:

$$S = 0{,}00118 \text{ cm}^2$$

A partir de la valeur mesurée de la largeur des faisceaux : $w = 0{,}175$ cm, *on obtient alors la hauteur des faisceaux :*

$$h = 0{,}0067 \text{ cm}$$

Ces résultats sont en bon accord qualitatif avec ceux obtenus à partir de l'étude des durées de vie résultant de "l'effet AdA" (chapitre V § C).

CONCLUSION

Bien que la structure d'un anneau de stockage soit analogue à celle d'un synchrotron, on constate que les problèmes posés par ce nouveau type de machine lui sont tout à fait propres.

Pour pouvoir faire de la physique des très hautes énergies auprès d'un anneau, les cinq conditions suivantes doivent être satisfaites :

1/ l'injection doit être rapide (quelques heures au maximum) ;

2/ les durées de vie doivent être longues (de l'ordre de l'heure) ;

3/ les faisceaux doivent se rencontrer ;

4/ la luminosité $\frac{N_1 N_2}{S}$ doit être de l'ordre de 10^{21} cm^{-2} ou plus grande ;

5/ l'ensemble de l'appareillage doit pouvoir fonctionner sans défaillance pendant des heures d'affilée.

L'étude des points 2, 3 et 4 a été la source de mesures nombreuses et variées sur AdA, dont les principales sont : mesures des fréquences des oscillations bétatron et synchrotron et étude d'un couplage entre oscillations bétatron radiales et verticales, observations diverses concernant le rayonnement synchrotron, mesure de la largeur des faisceaux en fonction de l'énergie, étude des durées de vie en fonction du nombre de particules stockées, de l'énergie, de la pression et la tension radio-fréquence, observation du rayonnement de freinage simple électron-positron.

Comme nous l'avons vu, ces diverses mesures sont beaucoup plus liées les unes aux autres qu'il ne semblerait ressortir de cette simple énumération. L'étude des durées de vie a permis une détermination quantitative du volume des paquets de particules, paramètre fondamental de la machine. La valeur ainsi obtenue a été confirmée par l'observation du rayonnement de freinage simple. Cette dernière expérience a prouvé de plus que les faisceaux se rencontrent.

Toutes les observations faites ont pu être expliquées théoriquement. Deux d'entre elles n'étaient pas prévues ; la limitation des durées de vie par suite des diffusions coulombiennes entre particules appartenant à un même paquet et l'importance du rôle joué par les défauts de champ magnétique sur la hauteur des faisceaux.

De plus, les nombreuses heures passées auprès d'AdA ont permis d'acquérir une expérience précieuse sur le point 5. On peut placer en particulier

dans ce chapitre de l'expérience acquise, celle concernant la mesure précise de l'intensité des faisceaux et de leurs durées de vie, éléments souvent essentiels dans l'analyse d'une expérience.

Seul le point 1 n'a pas fait l'objet de beaucoup d'attention au cours du séjour d'AdA à Orsay, encore qu'il soit de nouveau à l'ordre du jour. C'est lui qui, pour le moment, empêche de faire le dernier pas qui permettrait de faire de la physique des hautes énergies auprès d'AdA.

AdA envisage maintenant de revenir près de son lieu de naissance, au Laboratoire National du CNEN de Frascati où un nouvel accélérateur linéaire de très haute intensité pourra probablement satisfaire son besoin d'électrons pour pouvoir entreprendre des expériences dans le domaine des très hautes énergies auquel ce genre de machine est destiné.

Parallèlement deux anneaux de collisions à plus haute énergie et à plus grande intensité sont en construction l'un à Frascati et l'autre à Orsay. Quel que soit l'avenir d'AdA dans le domaine des très hautes énergies proprement dites, cet anneau aura eu l'immense mérite de permettre d'élucider des points essentiels sur le fonctionnement et l'utilisation des anneaux de collisions et aura ainsi été extrêmement précieux pour la réalisation des deux machines plus puissantes et probablement plus opérationnelles dont il est question ci-dessus.

REMERCIEMENTS

Je remercie Monsieur L. Néel, Membre de l'Institut, Directeur du Centre d'Etudes Nucléaires de Grenoble, d'avoir accepté de présider le jury de thèse, ainsi que Messieurs les Professeurs C. Bernardini, A. Berthelot et B. Touschek qui, avec Monsieur le Professeur A. Blanc-Lapierre, Directeur de cette thèse, ont bien voulu compléter le jury.

Je suis très reconnaissant à Monsieur le Professeur Blanc-Lapierre qui m'a accueilli dans le Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire dont il est le Directeur d'avoir toujours suivi de près mon travail et de m'avoir prodigué ses conseils.

Je suis heureux de pouvoir exprimer ici toute ma gratitude à l'ensemble des membres du "groupe AdA" avec lesquels j'ai travaillé pendant de nombreux mois dans un très agréable climat de collaboration : MM. C. Bernardini, G. F. Corazza, G. Di Giugno, P. Marin, R. Querzoli et B. Touschek. Chacun d'eux m'a beaucoup appris ; que chacun d'eux soit assuré de ma reconnaissance.

Je tiens à remercier les membres du groupe "Anneaux de stockage" d'Orsay, en particulier ceux de la "Section orbite" dirigée par Monsieur H. Bruck, avec lesquels j'ai eu de nombreuses et fructueuses discussions.

Je remercie Monsieur B. Milman de l'aide apportée à la préparation des expériences dans le cadre du Laboratoire, ainsi que l'équipe des Ingénieurs et Techniciens chargés du fonctionnement de l'accélérateur linéaire sous la direction de Monsieur L. Burnod.

J'adresse aussi mes sincères remerciements à Mademoiselle F. Bréchignac pour le soin apporté à la présentation du texte.

RÉFÉRENCES

[1] C. BERNARDINI, G. F. CORAZZA, G. GHIGO, B. TOUSCHEK - Nuovo Cimento, *18*, 1293 (1960).

[2] C. BERNARDINI, U. BIZZARI, G.F. CORAZZA, G. GHIGO, R. QUERZOLI, B. TOUSCHEK - Nuovo Cimento, *23*, 202 (1962).

[3] B. TOUSCHEK - International Conference on theoretical aspects of Very High Energy phenomena, CERN 61-22, 67 (1961).

[4] D.W. KERST, F.T. COLE, H.R. CRANE, L.W. JONES, L.J. LASLETT, T. OHKAWA, A.M. SESSLER, K.R. SYMON, K.M. TERWILLIGERAND, NILS VOGT NILSEN - Phys. Rev. *102*, 590 (1956).

[5] G.K. O'NEILL - Phys. Rev. *102*, 1418 (1956).

[6] G.K. O'NEILL, W.C. BARBER, B. RICHTER, W.K.H. PANOFSKY - A proposed experiment on the limits of quantum electrodynamics, H.E.P.L. Stanford University (1958).

[7] G.I. BUDKER et al. - International Conference on High Energy Accelerators, Dubna, p. 274 (1963).

[8] M. BERNARDINI and L. MALTER - Vacuum problems of electron storage rings, Lab. Naz. di Frascati, Nota Interna n° 243 (1964).

[9] E.D. COURANT and H.S. SNYDER - Ann. of Phys. *3*, 1 (1958).

[10] G. LELEUX - Amortissement et dimensions d'équilibre des faisceaux dans un anneau de stockage en présence de couplages linéaires. Lab. de l'Acc. Lin. d'Orsay (groupe "Anneaux de stockage"), Rapport interne n° 14-64 (1964).

[11] G. LELEUX - Rotation du faisceau produite par couplage entre mouvements verticaux et horizontaux, Lab. de l'Acc. Lin. d'Orsay (groupe "Anneaux de stockage"), Rapport interne n° 12-64 (1964).

[12] M. SANDS - Phys. Rev. *97*, 470 (1955).

[13] A.A. KOLOMENSKIJ and A.N. LEBEDEV - CERN Symposium 1956, vol. I, page 447 (1956).

[14] K.W. ROBINSON - Phys. Rev. *111*, 373 (1958).

[15] F.E. MILLS - Nucl. Instr. and Meth., *23*, 197 (1963).

[16] F. FER - J. Phys. *24*, 746 et 1078 (1963).

[17] C. PELLEGRINI - Nuovo Cimento, Suppl. *22*, 603 (1961).

[18] H. BRUCK - Nucl. Instr. and Meth., *29*, 54 (1964).

[19] C. BERNARDINI - The z-distribution of an electron beam in a storage ring. Lab. Naz. di Frascati, Nota Interna n° 145 (1962).

[20] H. BRUCK et J. LE DUFF - L'effet TOUSCHEK des chocs multiples, Lab. de l'Acc. Lin. d'Orsay (groupe "Anneaux de stockage"). Rapport Interne n° 24-64 (1964).

[21] P. GRATEAU - Influence du rayonnement en présence de couplage dans les accélérateurs circulaires, Lab. de l'Acc. Lin. d'Orsay. (groupe "Anneaux de stockage"), Rapport Interne n° 22-64 (1964).

[22] C. BERNARDINI et C. PELLEGRINI - Transverse beam size in electron storage rings, Lab. Naz. di Frascati, Nota Interna n° 264 (1964).

[23] L. I. SCHIFF - Rev. of Scient. Instr., *17*, 6 (1946).

[24] J. D. JACKSON - Classical Electrodynamics (John Wiley and Sons) (1962).

[25] D. TOMBOULIAN and P. HARTMAN - Phys. Rev., *102*, 1423 (1956).

[26] A. ROCHE - Etude de la lumière synchrotron émise par les particules stockées dans AdA, Lab. de l'Acc. Lin. d'Orsay (groupe "Anneaux de stockage"), Rapport Interne n° 73-63 (1963).

[27] R. WILSON - Handbuch der Physik, *44*, page 180 (1959).

[28] J. SCHWINGER - Phys. Rev., *75*, 1912 (1949).

[29] P. JOOST - Phys. Rev. Letters, *4*, 558 (1960).

[30] A. ROCHE - Dispositif de mesure du nombre de particules stockées dans un anneau de collisions, Lab. de l'Acc. Lin. d'Orsay (groupe "Anneaux de stockage"), Diplôme d'Etudes Supérieures.

[31] C. BERNARDINI, G. CORAZZA, G. DI GIUGNO, G. GHIGO, J. HAISSINSKI, P. MARIN, R. QUERZOLI and B. TOUSCHEK - International Conference on High Energy Accelerators, Dubna, page 332 (1963).

[32] W. HEITLER - The Quantum Theory of Radiation (Oxford Lib. Press) 417 (3ème édition 1954).

[33] W. C. BARBER et al. - H. E. P. L. Status Report 322 (Fév. 1964) (non publié).

[34] R. F. CHRISTY - Synchrotron beam loss due to quantum fluctuations in the radiation, Cal. Techn (1957) (non publié).

[35] M. SANDS - Proc. Int. Conf. CERN 1959, page 298 (1959).

[36] C. BERNARDINI and B. TOUSCHEK - On the quantum losses in an electron synchrotron, Lab. Naz. di Frascati, Nota Interna n° 34 (1960).

[37] C. BERNARDINI, G. F. CORAZZA, G. DI GIUGNO, G. GHIGO, J. HAISSINSKI, P. MARIN, R. QUERZOLI, B. TOUSCHEK - Phys. Rev. Letters, *10*, 407 (1963).

[38] B. TOUSCHEK - Brookhaven Nat. Lab. 1963, Super-High-Energy Summer Study, Internal Report AADD-4 (1963).

[39] C. BERNARDINI, G. CORAZZA, G. DI GIUGNO, J. HAISSINSKI, P. MARIN, R. QUERZOLI and B. TOUSCHEK - Nuovo Cimento *34*, 1473 (1964).

[40] Tabulations des fonctions C(ε) et D(ε), Lab. de l'Acc. Lin. d'Orsay (groupe "Anneaux de stockage"), Rapports Internes n° 45-63 et 45-63 bis (1963).

[41] G. ALTARELLI, F. BUCELLA - Nuovo Cimento *34*, 1337 (1964).

[42] N. CABIBBO and R. GATTO - Phys. Rev., *124*, 1577 (1961).

[43] N. GABIBBO and R. GATTO - Nuovo Cimento, *20*, 185 (1961).

[44] R. GATTO - On the experimental possibilities with colliding beams of electrons and positrons, Lab. Naz. di Frascati, Nota Interna n° 91 (1961).

[45] L. MANGO and C. PELLEGRINI - Bremsstrahlung mean life of electron and positron beams in a storage ring, Lab. Naz. di Frascati, Nota Interna AD 63/6 (1963).

[46] F. AMMAN et D. RITSON - 1961 International Conference on High Energy Accelerators Brookhaven Nat. Lab., 471 (1961).

[47] R. L. ANDERSON, B. D. Mc DANIEL - Nucl. Instr. and Meth., *21*, 235 (1963).

[48] F. AMMAN et al., International Conference on High Energy Accelerators, Dubna, page 249 (1963).

[49] Groupe "Anneaux de stockage" du Lab. de l'Acc. Lin. d'Orsay, International Conference on High Energy Accelerators, Dubna, page 288 (1963).

[50] M. J. PENTZ, E. JONES et al. - The CERN electron storage ring model CERN 64-19 A. R. D. (1964).

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

Vu et approuvé :
Orsay, le 1965
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
M. ZAMANSKY

Vu et permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie de Paris,
J. ROCHE

IMPRIMERIE LOUIS-JEAN
Ouvrages scientifiques
TYPO-OFFSET
GAP (Hautes-Alpes)
Dépôt legal n° 246
1965